

Bernardo Martinez Rocamora Junior

Projeto aerodinâmico e performance de hélice para a aeronave de
transporte regional

Trabalho de conclusão de curso apresentado
como exigência parcial para a obtenção do
título de Engenheiro Aeronáutico pela Escola
de Engenharia de São Carlos da Universidade
de São Paulo.

Orientador:

Prof. Dr. Hernán Darío Cerón-Muñoz

São Carlos
2015

Dedico este trabalho aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço, especialmente, aos meus pais, Bernardo e Maria, por terem me dado todo o apoio que precisei durante toda minha vida, terem me ensinado a ser uma boa pessoa e a nunca desistir dos meus sonhos.

Agradeço ao meu irmão Henrique, de quem me orgulho muito, por ter sido meu parceiro sempre, aguentando os bons e maus momentos e sempre me incentivando a fazer o melhor de mim.

Agradeço a todos meus amigos da República Poltergeist, que me ensinaram muito do que sei e por terem compartilhado muitos dos meus melhores momentos nesses anos em São Carlos.

Agradeço ao professor Hernán, por me orientar neste trabalho, ao professor Paulo Greco, orientador de Iniciação Científica, por me ceder o tempo para escrevê-lo, e a todos os professores que fizeram parte do meu caminho na universidade, por terem ajudado a formar-me o engenheiro aeronáutico que sou.

Agradeço à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, por ter me dado a oportunidade de estar em uma das melhores escolas de Engenharia do mundo.

Agradeço à sociedade brasileira, por ter financiado essa empreitada.

Resumo

Rocamora Junior, B. M. (2015). *Projeto aerodinâmico e performance de hélice para uma aeronave de transporte regional*. São Carlos (2015). Trabalho de conclusão de curso. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

Para complementar a disciplina Projeto de Aeronaves II, do curso de Engenharia Aeronáutica da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), em que se propõe o projeto preliminar de uma aeronave de transporte regional, surge a necessidade de realizar o projeto detalhado de um de seus componentes como Trabalho de Conclusão de Curso. O presente trabalho desenvolve o projeto aerodinâmico de uma hélice simples para as condições de operação da aeronave Harpia. Revisitando as teorias do disco atuador, dos elementos de pá e dos vórtices, são construídos dois modelos computacionais: o primeiro, para projeto da hélice, utiliza as funções de circulação de Prandtl ou Goldstein para otimizar a eficiência induzida da hélice, também utiliza o XFOIL para calcular polares de sustentação e arrasto de cada seção da pá, forma a permitir também a minimizar as perdas de perfil; o segundo, para análise da performance, calcula o mapa de eficiência e as curvas de coeficiente de tração e potência, para diversas condições de velocidade e variações no ângulo de passo das pás. É realizado o projeto de uma hélice para as especificações da aeronave mencionada, sua geometria e sua performance são obtidas e utilizadas no andamento do projeto da aeronave Harpia.

Palavras-chave: projeto, hélice, desempenho, aerodinâmica.

Abstract

Rocamora Junior, B. M. (2015). *Propeller aerodynamic design and performance for a commuter aircraft*. São Carlos (2015). Trabalho de conclusão de curso. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

To fulfill the purpose of the Aircraft Design II module, of the Aeronautical Engineering course at the Escola de Engenharia de São Carlos (USP), in which a preliminar project of an commuter aircraft is desired, the necessity to do a detailed design for one of its components as a Final Project emerges. The present work develops the design of a single rotation propeller for the operational conditions of the aircraft Harpia. Revisiting actuator disk, blade element and vortex theories, a pair of computational models is created: the first one, responsible for the propeller optimum design, uses Goldstein and Prandtl circulation functions to optimise induced efficiency, it then uses XFOIL to get lift and drag polars and make possible to also minimize profile losses; the second one, responsible for the designed propeller performance analysis, calculates the efficiency maps, thrust and power coefficient diagrams for off-design conditions of an interval of aircraft forward speeds and blade pitch angles. A propeller design for the determined specifications is done, its geometry and performance are obtained and brought for the Harpia aircraft project.

Keywords: design, propeller, performance, aerodynamics.

Sumário

1	Introdução e Objetivos	1
1.1	Introdução	2
1.1.1	Contexto	2
1.1.2	Aeronave Harpia	2
1.1.3	Instalação da hélice na aeronave	3
1.1.4	Considerações sobre a configuração <i>pusher</i>	4
1.1.5	Projeto aerodinâmico de hélices	5
1.2	Objetivos	6
2	Revisão bibliográfica	7
2.1	Modelagem Aerodinâmica de Hélices	8
2.1.1	Teoria do Disco Atuador	8
2.1.2	Teoria Clássica dos Elementos de Pá	10
2.1.3	Teoria dos Vórtices	12
2.1.4	Projeto ótimo aerodinâmico	19
3	Projeto e Performance da Hélice	21
3.1	Introdução	23
3.2	Projeto de Hélice	24
3.2.1	Requisitos da hélice	24
3.2.2	Missão típica e condições de operação	24
3.2.3	A escolha do tipo de hélice	26
3.2.4	A escolha do diâmetro e do número de pás	26
3.2.5	Ferramentas computacionais	27
3.2.6	Banco de dados UIUC e Aerofólios	28
3.2.7	Modelo computacional	30
3.3	Performance de Hélice	33
3.3.1	Sobre a análise	33
3.3.2	Modelo computacional	33
4	Resultados e Discussão	35
4.1	Hélice HP1	36
4.1.1	Eficiência e Coeficientes de Projeto	38
4.2	Performance	40
4.2.1	Eficiência	40
4.2.2	Coeficientes de Tração e Potência	40
4.2.3	Considerações sobre os resultados	40
5	Conclusões	43
5.1	Próximas etapas	44

5.2	Conclusões gerais	45
5.3	Considerações finais	46
6	Anexos	47
6.1	Projeto da Hélice	49
6.1.1	Script TCC	49
6.1.2	Função prop_design	50
6.1.3	Função J2k	54
6.1.4	Função kJ2epk	54
6.1.5	Função rationalfit	54
6.1.6	Função prandtl_circ	55
6.1.7	Função goldstein_circ	56
6.1.8	Função F	57
6.1.9	Função blade_design	57
6.1.10	Função optimise_profile	59
6.1.11	Função critical_cp	61
6.1.12	Função load_xfoil	61
6.2	Performance da Hélice	64
6.2.1	Função prop_design	64
6.2.2	Função off_design_V	67
6.2.3	Função check_aero	68
6.2.4	Função load_xfoil_alpha	69
6.3	Plot da Hélice	72
6.3.1	Função plot_blade_chord	72
6.3.2	Função plot_blade_3d	72
6.3.3	Função plot_design_parameter	73
6.3.4	Função plot_prop_performance	74

Lista de Figuras

1.1	Harpia - Projeto Conceitual	3
1.2	Esquema de funcionamento de um governador.	3
1.3	Vista traseira do Embraer Vector.	4
2.1	Idealização introduzida pela teoria do disco atuador.	8
2.2	Efeito da potência.	10
2.3	Efeito da razão de avanço.	10
2.4	Diagrama de velocidades para um elemento de pá. (GLAUERT, 1983)	11
2.5	Diagrama de velocidades para uma hélice de rotação simples.(CRIGLER, 1944)	13
2.6	Função de circulação de $K(x)$. (CRIGLER, 1949)	15
2.7	Coefficiente de massa κ contra $\frac{V+w}{nD}$ para vários número de pás. (CRIGLER, 1949)	15
2.8	Diagrama de forças aerodinâmicas em uma seção da pá. (BORST, 1973)	17
2.9	Eficiência para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)	19
2.10	Coefficiente de tração para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)	19
2.11	Coefficiente de potência para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)	20
3.1	Desenvolvimento de uma hélice.	23
3.2	Missão padrão considerada	25
3.3	Mach na ponta da pá de acordo com o diâmetro da hélice	27
3.4	Aerofólio Clark Y.	28
3.5	Família de aerofólios Eppler.	29
3.6	Perfil E 850 e o limite sônico para Mach=0,74.	29
3.7	Família de aerofólio Martin Hepperle.	30
3.8	Programa para projeto de hélice.	31
3.9	Gráficos de apoio ao projetista: $c_L vs. \alpha$, $c_D vs. \alpha$, $c_L/c_D vs. \alpha$ e $c_{p_{min}} vs. \alpha$	32
3.10	Programa para análise de desempenho de hélice.	33
4.1	Coefficiente de carregamento ao longo da pá.	36
4.2	Números de Reynolds e Mach ao longo da pá.	37
4.3	Ângulo de ataque de projeto ao longo da pá.	37
4.4	Coefficientes aerodinâmicos de projeto ao longo da pá.	38
4.5	Parâmetros geométricos da pá.	38
4.6	Planta da pá sem torção e sem enflechamento a 1/4 da corda.	39
4.7	Mapa de eficiência da hélice projetada.	40
4.8	Diagrama de c_T para diversas condições.	41
4.9	Diagrama de c_P para diversas condições.	41

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros de entrada	25
3.2	Parâmetros de entrada	26
3.3	Entradas de projeto	32
3.4	Distribuição de aerofólios escolhida.	32
3.5	Entradas da análise	34
4.1	Parâmetros de projeto da hélice HP1	39
4.2	Performance de projeto da hélice HP1	39

CAPÍTULO 1

Introdução e Objetivos

Conteúdo

1.1	Introdução	2
1.1.1	Contexto	2
1.1.2	Aeronave Harpia	2
1.1.3	Instalação da hélice na aeronave	3
1.1.4	Considerações sobre a configuração <i>pusher</i>	4
1.1.5	Projeto aerodinâmico de hélices	5
1.2	Objetivos	6

1 Introdução e Objetivos

1.1 Introdução

1.1.1 Contexto

Na disciplina Projeto de Aeronaves I, do curso de Engenharia Aeronáutica da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP), realizou-se um projeto conceitual de uma aeronave de tipo commuter para transporte regional de passageiros. Fazia parte do escopo do projeto tanto o desenvolvimento do avião quanto sua operação e determinação de rotas. Para diversificação maior dos trabalhos, cada grupo de alunos da disciplina teria que operar em uma região demográfica diferente do Brasil, sendo que a designada para nossa equipe foi a Sul, constituída dos estados do Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. O resultado desse projeto foi a aeronave Harpia, que será detalhada abaixo.

Na disciplina Projeto de Aeronaves II, a intenção é de aprimorar o projeto concebido anteriormente. Assim, a projeto da aeronave deixa a fase conceitual e chega à fase preliminar, em que se dimensiona mais a fundo a aeronave. Em conjunto, pede-se o projeto detalhado de algum dos componentes da aeronave e esse é o intuito principal do presente trabalho. Uma das partes de grande relevância para esse projeto é a hélice, já que uma das principais características conceituais é a configuração de motor traseiro e tração *pusher*. Na fase conceitual foi assumido rendimento da hélice de 0,8, mas agora busca-se valores mais próximos à realidade e entender o comportamento de sua performance de acordo com parâmetros de voo da aeronave, como, por exemplo, a sua velocidade.

1.1.2 Aeronave Harpia

A aeronave Harpia tem como uma das características principais a asa laminar. Desta filosofia de projeto, retiramos as determinações de que o motor não seria suportado na asa e ficaria posicionado na fuselagem traseira para que o fluxo do motor não afetasse escoamento na asa e, da mesma forma, o escoamento da asa afetasse minimamente a admissão de ar no motor. Um dos efeitos favoráveis dessa configuração surge quando a aeronave está com algum ângulo de ataque e a asa redireciona o escoamento (devido ao *downwash*) e este chega ao rotor quase que perfeitamente axial. A posição baixa foi escolhida para evitar que a esteira passasse por baixo do motor e do rotor. O tipo de empenagem escolhido foi em "T", por imposição da posição do motor e para melhor recuperação de parafuso, e o trem de pouso, triciclo. Além disso, definiu-se que o avião contaria com winglets para diminuição de arrasto induzido, seria pressurizado para maior conforto dos passageiros, e que o motor além de traseiro será do tipo *pusher*, uma vez que, dado seu posicionamento, as hélices na parte traseira do sistema propulsor favorecem a estabilidade e a condição de despaletamento gera um menor risco aos tripulantes. A aeronave Harpia, pode ser vista na Figura 1.1 abaixo.



Figura 1.1: Harpia - Projeto Conceitual

1.1.3 Instalação da hélice na aeronave

As hélices podem ser instalada no motor de três formas: passo constante, passo variável e velocidade constante. O primeiro tipo de instalação da hélice, com **passo fixo**, é aquele em que as pás são instaladas com um ângulo de pá que não pode ser trocado e é adequado para aeronaves leves de baixa velocidade e potência. Para motores com mais potência, a performance é consideravelmente comprometida e justificou a criação das hélice com **passo ajustável**. As primeiras hélices de passo variável tinham algumas posições específicas para condição de voo e para condição de reverso. Em 1924, a primeira hélice de **velocidade constante** foi patenteada por Gloster/Hele/Shaw/Beacham no Reino Unido. Esse tipo de instalação conta com um governador, como na Figura 1.2, mecanismo responsável por variar automaticamente o passo das pás, de forma a manter a velocidade rotacional constante e alta performance durante todas as condições do voo. (HITCHENS, 2015)

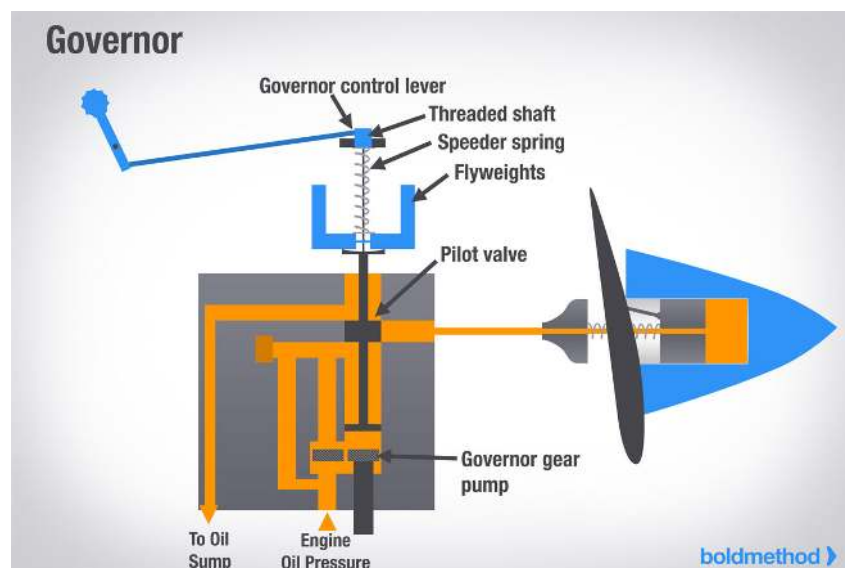


Figura 1.2: Esquema de funcionamento de um governador.

1 Introdução e Objetivos

1.1.4 Considerações sobre a configuração *pusher*

Alguns fatores, resultantes da geometria da aeronave, devem ser levados em consideração para o projeto da hélice, pois podem afetar significativamente o escoamento desenvolvido nela. Os principais fatores estão listados abaixo.

- Interação com a asa

A asa, principal superfície aerodinâmica da aeronave, cria um campo de velocidades em seu entorno. Os principais componentes deste campo de velocidade são a esteira e o *downwash* criado pelos vórtices de ponta de asa.

Quando se projetando uma aeronave *pusher*, geralmente evita-se que a esteira passe pelo lugar ocupado pelo motor e as hélices da aeronave. Assim, utilizando uma angulação no pilone, esse efeito pode ser evitado. Um exemplo dessa angulação pode ser visto na Figura 1.3 abaixo da aeronave Vector da Embraer.



Figura 1.3: Vista traseira do Embraer Vector.

- Interação com o motor

As principais interações do motor com a hélice são as causadas pela nacele e o escapamento do motor. A nacele atua de forma parecida a um *spinner*, ou seja, desloca o ar do centro de rotação da hélice para coordenadas radiais maiores. Já o escapamento atua como um jato localizado, afetando instantaneamente as pás das hélices e adicionando velocidade axial em algumas de suas estações.

- Interação com a estrutura adjacente

Outra interação importante é causada pelo pilone, estrutura que sustenta o motor na fuselagem e gera uma esteira, um escoamento turbulento partindo do seu bordo de fuga, que causa flutuações no carregamento das hélices.

Por fim, é necessário considerar algum tipo de mudança que o cone de cauda e a empenagem podem fazer no escoamento aerodinâmico que passa pelo rotor.

¹Pode ser encontrada em: <http://static.panoramio.com/photos/large/37807926.jpg>

1.1.5 Projeto aerodinâmico de hélices

Segundo BORST, 1973, dos anos 1945 até o presente, as hélices de aeronaves são projetadas especificamente para os seus casos de aplicação. Depois da escolha do motor, o projetista deve conseguir uma hélice capaz de atingir eficiência máxima para todas as condições críticas de voo e com mínimo peso. O autor também diz que os critérios de projeto de uma hélice devem atender a alguns objetivos do projeto da aeronave, como:

- Missão
- Performance em decolagem, cruzeiro e subida
- Ambiente operacional
- Manobrabilidade
- Tamanho e geometria
- Ruído
- Custo

Nesse trabalho, a missão típica da aeronave é considerada, assim como parâmetros de performance necessários nas condições apontadas acima. Limitações de tamanho, como o diâmetro máximo do rotor, e geometria, escolha pelo tipo *pusher* também são observadas. Quanto aos outros critérios: ambiente, manobrabilidade, ruído e custo, serão apenas explorados qualitativamente.

O projeto aerodinâmico tem como objetivo modelar o comportamento do fluido passando e interagindo com a superfície do rotor. A partir disso, otimizar a distribuição de forças na superfície para suprir os requisitos gerais de projeto, produzir a tração que se deseja produzir, com a maior eficiência possível. No entanto, o projeto aerodinâmico não considera, diretamente, requisitos estruturais, de fabricação e instalação das pás do rotor. Sendo assim, o projeto aerodinâmico é apenas uma das diversas frentes que devem ser atacadas para obter a geometria final do projeto.

BORST, 1973 cita alguns parâmetros de projeto que podem ser considerados e analisados em todas as condições de voo:

- Diâmetro
- Número de pás
- Hélices simples ou contra-rotativas
- Distribuição de corda
- Distribuição de espessura
- Distribuição de sustentação
- Distribuição de torção
- Tipo de seção das pás

Esses parâmetros influenciam diretamente a eficiência da hélice, mas de todos os parâmetros, o mais importante é o diâmetro, pois este não só determina o carregamento no disco, como influenciam os outros restantes.

1 Introdução e Objetivos

1.2 Objetivos

Esse trabalho tem como objetivos percorrer resumidamente as teorias de modelagem aerodinâmica e projeto ótimo de uma hélice para a aeronave descrita acima. Serão desenvolvidos dois programas em MATLAB, um para o projeto ótimo e um para o cálculo da performance desta hélice em outras condições de voo da aeronave.

CAPÍTULO 2

Revisão bibliográfica

Conteúdo

2.1	Modelagem Aerodinâmica de Hélices	8
2.1.1	Teoria do Disco Atuador	8
2.1.2	Teoria Clássica dos Elementos de Pá	10
2.1.3	Teoria dos Vórtices	12
2.1.3.1	Cálculo da eficiência	16
2.1.4	Projeto ótimo aerodinâmico	19

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

Recentemente, KUIK; SØRENSEN; OKULOV, 2015, publicou um artigo de revisão em comemoração aos 100 anos de teoria dos rotores pelo professor N.E. Joukowsky. Nesse artigo, os autores compilam em linhas gerais o histórico da pesquisa nessa área e os principais avanços no modelos de análise. Segundo os autores, as primeiras tentativas de análise aerodinâmica de um rotor, categoria que inclui hélices, turbinas eólicas, asas de helicópteros e afins, ocorreram no final do século XIX, associadas a um desenvolvimento da indústria neste ramo. No início do século XX, a área, impulsionada pelo desenvolvimento da aviação, foi estudada por famosas escolas de aerodinamicistas na Inglaterra, na Alemanha e na Rússia. No entanto, a escola russa com Joukowsky e a escola alemã com Prandtl e Betz dominaram o tema, com o desenvolvimento de conceitos de um rotor otimizado. Os trabalhos dessas escolas culminaram na teoria dos elementos de pá.

KUIK; SØRENSEN; OKULOV, 2015, cita que, após essa época frutífera, o interesse por rotores enfraqueceu, devido ao desenvolvimento de motores a jato na indústria aeronáutica. Essa temática só voltou a ser de interesse com a expansão das tecnologias em turbinas eólicas e, em meados da década de 80, quando após a crise do petróleo a indústria aeronáutica voltou seus olhos para motores *turbofans*, *turboprops* e *propfans*, também necessitando revisitar as teorias de rotores.

2.1.1 Teoria do Disco Atuador

Segundo GLAUERT, 1983, o primeiro método simples de considerar um rotor em operação é baseado no trabalho de Rankine e Froude e depende na consideração do momento e energia cinética do sistema. Toma-se como hipótese que há um número grande de pás e o conjunto se torna um disco. Além do mais, assume-se que a tração é distribuída uniformemente nesse disco e a rotação do escoamento é ignorada. A velocidade axial passando pelo disco é contínua, para cumprir a necessidade de continuidade do escoamento; em contrapartida, a pressão tem um súbito aumento no disco, induzido por um acréscimo de energia ao sistema. Esse incremento de pressão, p' é igual à tração por unidade de área do disco.

Outra consequência desse incremento é o aumento da velocidade axial a montante do disco. Uma imagem do fenômeno, que é axissimétrico, pode ser vista abaixo.

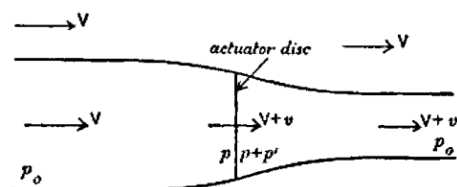


Figura 2.1: Idealização introduzida pela teoria do disco atuador.

A grandes distâncias após o disco, é necessário que a pressão esteja igualada à pressão ambiente e, portanto, a velocidade axial ali é maior que a velocidade axial no disco. Como a velocidade no disco é

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

maior que a do escoamento livre, é também sabido que ali logo adiante do disco a pressão p é menor que p_0 .

Aplicando a equação de Bernoulli antes e depois do disco, temos que a pressão total nas duas regiões tem os valores

$$H_0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V^2 = p + \frac{1}{2}\rho(V + v)^2$$
$$H_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho(V + v_1)^2 = p + p' + \frac{1}{2}\rho(V + v)^2$$

E, portanto:

$$p' = H_1 - H_0 = \rho(V + \frac{1}{2}v_1)v_1$$

Considerando que o aumento no momento axial, a tração pode ser escrita como:

$$T = A\rho(V + v)v_1$$

Onde A é a área do disco atuador. Como p' é a tração por unidade de área, $p' = \rho(V + v)v_1$. Assim, quando se compara as duas expressões obtidas para p' , pode se obter um dos resultados mais importantes da Teoria do Momento, conclui-se que a velocidade induzida na esteira é o dobro da velocidade induzida no rotor:

$$v_1 = 2v \quad (2.1)$$

A tração T , pode ser escrita como:

$$T = 2A\rho(V + v)v$$

E o aumento de energia cinética, que é o trabalho feito no fluido pela tração do rotor, como:

$$P = \frac{1}{2}A\rho(V + v)((V + v_1)^2 - V^2)$$
$$= T(V + v)$$

Para um rotor com velocidade angular ω , se o torque exercido no rotor for denotado por Q , temos que:

$$P = \omega Q$$

A eficiência ideal do sistema pode ser vista como:

$$\eta_{ideal} = \frac{TV}{\omega Q} = \frac{V}{V + v} \quad (2.2)$$

E, por fim, definindo a razão de avanço J como

$$J = \frac{V}{nD} \quad (2.3)$$

2 Revisão bibliográfica

GLAUERT, 1983, reescreve a expressão da eficiência ideal como:

$$\frac{1 - \eta_{ideal}}{\eta_{ideal}^3} = \frac{2}{\pi} \frac{P}{\rho V^3 D^2} \Leftrightarrow \frac{1 - \eta_{ideal}}{\eta_{ideal}^3} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{J^3} \frac{P}{\rho n^3 D^5} \quad (2.4)$$

Essas duas expressões são plotadas e mostram o comportamento da eficiência ideal com a potência adimensionalizada, $\frac{P}{\rho V^3 D^2}$, e a razão de avanço, J . Nelas, pode-se notar dois aspectos muito importantes do projeto de um rotor: o primeiro, a influência do diâmetro, vista na imagem à esquerda, que quando reduzido, reduz também a eficiência total; o segundo, o aumento da eficiência com a razão de avanço. Nesta teoria, o aumento é monotonicamente crescente, mas, com teorias mais complexas, ver-se-á a seguir que isso não é inteiramente verdade e a eficiência experimenta um máximo com a razão de avanço.

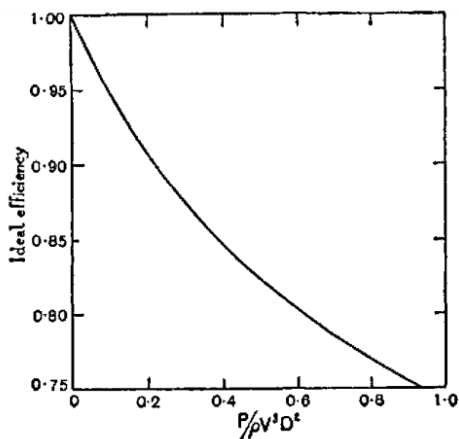


Figura 2.2: Efeito da potência.

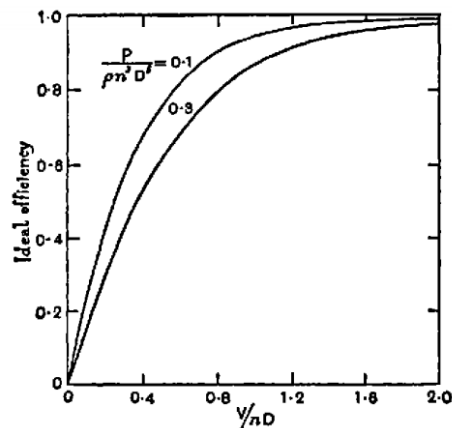


Figura 2.3: Efeito da razão de avanço.

2.1.2 Teoria Clássica dos Elementos de Pá

A teoria do Disco Atuador é desde o princípio limitada porque se utiliza de hipóteses muito simplificadoras. Para entender melhor o fenômeno que ocorre nas pás de uma hélice, GLAUERT, 1983, diz ser necessário investigar as forças as quais cada elemento da pá está sujeito e estas devem ser relacionadas à circulação do escoamento ao redor da pá. A teoria se baseia numa analogia à teoria de aerofólios em uma asa que, assim como as pás, tem razão de aspecto alta, e trata cada seção como se bidimensional, sujeita à um escoamento de interferência gerado pelos vórtices praticamente helicoidais desprendidos pelo movimento da hélice. Essa teoria despreza a periodicidade do escoamento, substituindo-a por uma interferência média e que não há efeitos de compressibilidade.

GLAUERT, 1983, considera primeiro o movimento de rotação da hélice: o torque do rotor cria um movimento rotacional no fluido a jusante, inexistente a montante ou fora da região da esteira. Ao passo

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

que os vórtices da esteira tem uma velocidade geram uma velocidade angular ω no plano do rotor, a circulação ao redor das pás do rotor gera velocidades angulares de mesma intensidade e de sinais opostos no escoamento imediatamente a montante e a jusante. Como a velocidade angular deve ser nula à frente do rotor, a velocidade angular resultante logo após o rotor tem valor de 2ω .

O torque está relacionado à velocidade angular de do escoamento saindo do rotor. Introduzindo os fatores de interferência axial, $a = v/V$, e rotacional $a' = \omega/\Omega$, e considerando um elemento de pá dr a uma distância r do eixo, o diferencial de torque dQ é dado por:

$$dQ = 2\pi r dr \times \rho u \times 2\omega r^2 \Leftrightarrow \frac{dQ}{dr} = 4\pi r^3 \rho V \Omega (1+a)a' \quad (2.5)$$

A velocidade axial deve ser contínua no disco e tem o valor $V + v$, se considerado que os vórtices da esteira formam uma hélice constante, isto é, é desconsiderada a contração do diâmetro da esteira. Dessa forma, para a tração, tem-se:

$$\frac{dT}{dr} = 4\pi r \rho V^2 (1+a)a \quad (2.6)$$

Os erros dessas hipóteses, segundo GLAUERT, 1983, são negligenciáveis para um propulsor em condições de trabalho ordinárias. Mas se as velocidades de interferência forem muito grandes com relação à velocidade do escoamento axial, a teoria começa a falhar.

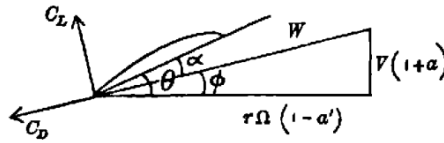


Figura 2.4: Diagrama de velocidades para um elemento de pá. (GLAUERT, 1983)

O ângulo que o escoamento faz com o plano de rotação é dado por:

$$\tan(\phi) = \frac{V}{r\Omega} \frac{1+a}{1-a'} \quad (2.7)$$

E o ângulo de ataque é a diferença desse ângulo com o ângulo de torção escolhido para aquela seção da pá.

$$\alpha = \beta - \phi \quad (2.8)$$

É possível, em seguida, decompor os coeficientes de sustentação e arrasto em duas componentes mais significativas no projeto de hélice: coeficiente de tração, no sentido axial, e coeficiente de torque, no sentido da rotação.

$$c_t = c_L \cos(\phi) - c_D \sin(\phi) \quad c_q = c_L \sin(\phi) + c_D \cos(\phi) \quad (2.9)$$

Dimensionalizando o problema e transformando os coeficientes em forças:

$$dT = c_t \frac{1}{2} \rho W^2 b r dr \quad (2.10)$$

2 Revisão bibliográfica

$$dQ = c_q \frac{1}{2} \rho W^3 b r dr \quad (2.11)$$

E introduzindo o conceito de solidez σ , que é o quanto de da circunferência, para uma dada posição radial, é utilizada pelas cordas somadas das pás do rotor.

$$\sigma = \frac{bB}{2\pi r} \quad (2.12)$$

Reunindo as expressões acima, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dr} &= \pi \sigma r \rho V^2 (1+a)^2 c_t \csc^2(\phi) \\ &= \pi \sigma r^3 \rho \Omega^2 (1-a')^2 c_t \sec^2(\phi) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dr} &= \pi \sigma r^3 \rho V^2 (1+a)^2 c_q \csc^2(\phi) \\ &= \pi \sigma r^4 \rho \Omega^2 (1-a')^2 c_q \sec^2(\phi) \end{aligned} \quad (2.14)$$

A razão de avanço, J é dada por:

$$J = \frac{V}{nD} = \pi \frac{r}{R} \frac{V}{r\Omega} = \pi \frac{r}{R} \frac{1-a'}{1+a} \tan(\phi) \quad (2.15)$$

Por fim, considerando $c_D = c_L \tan(\gamma)$, a eficiência de cada elemento é dada por:

$$\eta_{elemento} = \frac{V dT}{\Omega dQ} = \frac{1-a'}{1+a} \frac{\tan(\phi)}{\tan(\phi + \gamma)} \quad (2.16)$$

2.1.3 Teoria dos Vórtices

Na teoria dos vórtices para hélices, o efeito da vorticidade na esteira das pás é incluído ao modelo. Isso é alcançado assumindo a forma da esteira e calculando a velocidade induzida pela mesma. A teoria foi desenvolvida primeiramente por Betz e Prandtl, depois também foi estudada por Glauert e até então de forma simplificada por aproximações para “carregamento leve”. Goldstein calculou de forma exata o escoamento potencial do problema e, por fim, Theodorsen baseou-se largamente em seu trabalho e fez algumas modificações. (ZONDERVAN, 1998)

O diagrama de velocidades para cada estação, de coordenada radial r , de uma de uma hélice girando com velocidade angular ω e velocidade axial V é mostrado na figura 2.5 abaixo.

O ângulo do ar em cada estação resultante dessas duas velocidades é dado por:

$$\tan(\phi_0) = \frac{V}{\omega r} \quad (2.17)$$

A composição das duas velocidades mencionadas é dada por W_0 . Entretanto, conforme visto acima, a

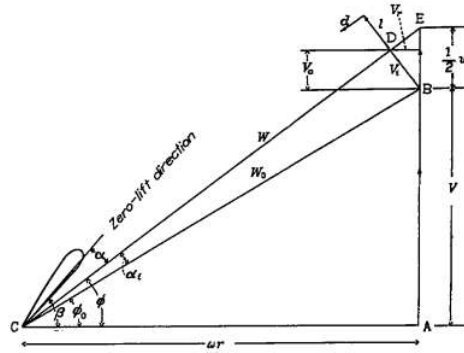


Figura 2.5: Diagrama de velocidades para uma hélice de rotação simples.(CRIGLER, 1944)

hélice está submetidas a velocidades induzidas pelas esteiras de vórtices. Essas velocidades são representadas por V_r e V_a , componentes radial e axial, respectivamente, e sua composição, V_i .

Na teoria dos vórtices, utiliza-se apenas w , velocidade de deslocamento das esteiras, como parâmetro para se encontrar todas as velocidades induzidas, de modo que é conveniente utilizar-se de $\frac{1}{2}w$ na direção axial como substituto para as velocidades induzidas, já que este mantém o ângulo ϕ e é apenas necessário corrigir o valor da velocidade do ar com relação ao aerofólio para que seu valor seja igual ao de W .

O verdadeiro ângulo do ar em cada estação é dado portanto por:

$$\tan(\phi) = \frac{V + \frac{1}{2}w}{\omega r} \quad (2.18)$$

E a velocidade W é dada por:

$$\begin{aligned} W &= \frac{V + \frac{1}{2}w}{\sin(\phi)} - \frac{1}{2}w \sin(\phi) \\ &= \frac{1}{\sin(\phi)} \left(V + \frac{1}{2}w \cos^2(\phi) \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Para o projeto de uma hélice otimizada, é necessário encontrar a distribuição de força que minimiza as perdas induzidas. Segundo THEODORSEN, 1948b, as perdas induzidas são minimizadas quando a razão entre a velocidade induzida axial na hélice, $\frac{1}{2}w$, e a velocidade axial, V , é un

Para prosseguir com o projeto da hélice, é necessário descobrir a distribuição de forças ao longo de suas pás. Um grande esforço foi feito para chegar a soluções desse problema. Os trabalhos desenvolvidos por BETZ, 1919, e GOLDSTEIN, 1929, se basearam em encontrar uma função $K(x)$ que representasse a distribuição da circulação ao longo das pás. A relação entre Γ e $K(x)$ é mostrada na equação abaixo:

$$\Gamma = \frac{2\pi V w}{B\omega} K(x) \quad (2.20)$$

BETZ, 1919 encontrou uma função aproximada para $K(x)$, que pode ser usada para hélices com “baixo

2 Revisão bibliográfica

carregamento”:

$$K = \frac{F(\frac{\omega r}{V})^2}{1 + (\frac{\omega r}{V})^2} \quad (2.21)$$

Onde F é definido por:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f})$$

E f (utilizando a definição de passo geométrico, $\lambda_g = \frac{1}{\pi} \frac{V}{nD}$):

$$f = \frac{B}{2} \left(\frac{\sqrt{\lambda_g^2 + 1}}{\lambda_g} \right) \left(1 - \frac{r}{R} \right)$$

Já GOLDSTEIN, 1929, equacionou o problema potencial de forma similar à teoria de asas e chegou a um resultado exato para esteiras rígidas, número finito de pás e escoamento incompressível. Em seu equacionamento, assumiu que a circulação deveria ser nula na raiz e na ponta da pá. A equação diferencial que rege o problema é:

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \right)^2 \phi + (1 + \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.22)$$

Com condições de contorno:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = -\frac{\mu^2}{1 + \mu^2} \frac{wV}{\omega} \quad \text{para } r \leq R, \text{ em } \zeta = 0, \frac{2\pi}{p}, \frac{4\pi}{p}, \dots, \frac{2(p-1)\pi}{p} \quad (2.23)$$

e $\nabla \phi$ desaparece para $r = \infty$

Entretanto, as soluções são extremamente laboriosas e se utilizam de funções de Bessel para representá-las.

THEODORSEN, 1948a, estendeu a teoria para “carregamentos elevados” dizendo que o ângulo de hélice da esteira deveria levar em consideração a velocidade de deslocamento desta. Portanto, $\phi_w = \tan^{-1}((V+w)/(\pi nD))$ deveria ser utilizado ao invés de $\phi_w = \tan^{-1}(V/(\pi nD))$, como havia feito Goldstein. A equação relacionando a circulação ao longo das pás e $K(x)$ se tornou, então:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi(V+w)w}{B\omega} K(x) \\ &= \frac{(V+w)w}{Bn} K(x) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Os valores para $K(x)$, por CRIGLER, 1949, foram calculados baseados em um coeficiente de massa, κ , e um coeficiente de perdas axiais, ϵ , definidos por THEODORSEN, 1948b.

$$\kappa = 2 \int_0^1 K(x) dx \quad (2.25)$$

Onde x é a coordenada radial adimensionalizada, $x = r/R$, e $K(x)$ pode ser retirado da figura 2.6 para quatro e seis pás.

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

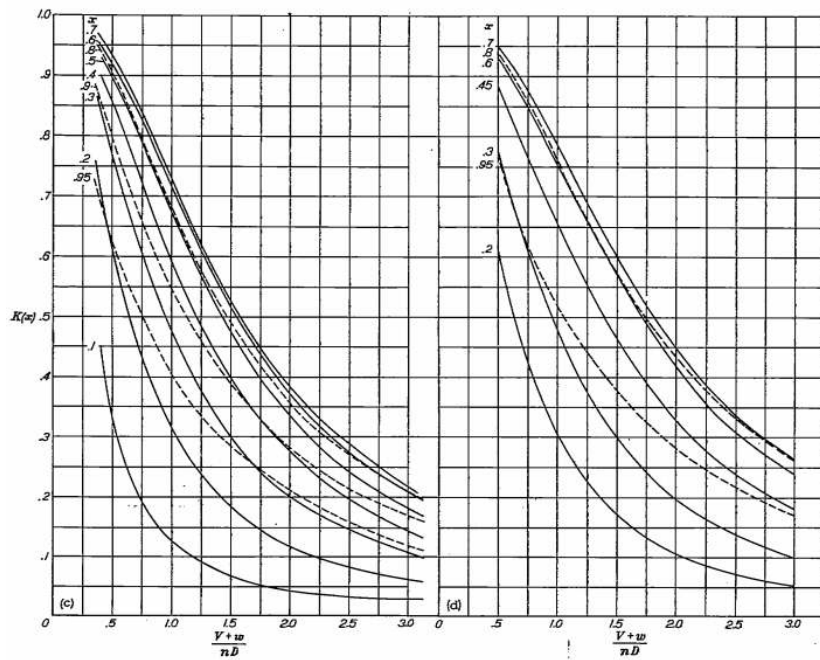


Figura 2.6: Função de circulação de $K(x)$. (CRIGLER, 1949)

Os valores de κ foram plotados contra $\frac{V+w}{nD}$ e podem ser vistos na figura 2.7:

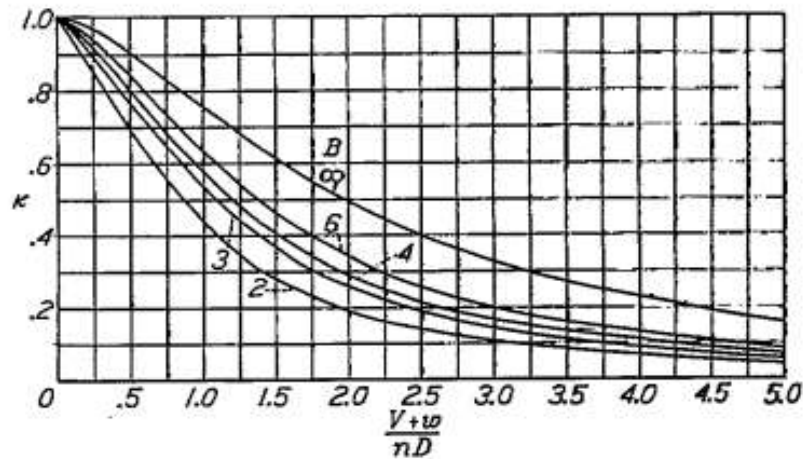


Figura 2.7: Coeficiente de massa κ contra $\frac{V+w}{nD}$ para vários número de pás. (CRIGLER, 1949)

um coeficiente de perdas axiais, ϵ :

$$\frac{\epsilon}{\kappa} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\kappa} \frac{d\kappa}{d\lambda} \quad (2.26)$$

Com:

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \frac{V+w}{nD_0} \quad (2.27)$$

2 Revisão bibliográfica

Lembrando a relação de Kutta-Jowkowski $\rho\Gamma W = L$ and that $L = \frac{1}{2}W^2 c_L b$, podemos encontrar uma expressão para a circulação em relação ao coeficiente de sustentação e a corda de cada seção.

$$\Gamma = \frac{1}{2}W c_L b \quad (2.28)$$

Utilizando 2.19, podemos reescrever (2.28):

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{1}{\sin(\phi)} \left(V + \frac{1}{2}w \cos^2(\phi) \right) c_L b \quad (2.29)$$

Agora, relacionando (2.24) e (2.29), pode-se escrever uma equação para o coeficiente de carregamento em cada seção, σc_L :

$$b c_L = \frac{(V+w)w}{Bn} K(x) \frac{2 \sin(\phi)}{V + \frac{1}{2}w \cos^2(\phi)} \quad (2.30)$$

Definindo a velocidade induzida adimensional como:

$$\bar{w} = w/V \quad (2.31)$$

E a solidez da hélice com relação ao disco como:

$$\sigma = \frac{Bb}{2\pi r} \quad (2.32)$$

Podemos reescrever a expressão do coeficiente, (2.30), de carregamento como:

$$\sigma c_l = \frac{1 + \bar{w}}{(1 + \frac{1}{2}\bar{w})(1 + \frac{1}{2}\bar{w} \cos^2(\phi))} 2\bar{w} K(x) \frac{\sin^2(\phi)}{\cos(\phi)} \quad (2.33)$$

Também podemos reescrever ϕ utilizando a definição de passo geométrico e \bar{w} :

$$\phi = \tan^{-1} \frac{1}{\pi n D} \frac{V}{x} \frac{1 + \frac{1}{2}\bar{w}}{x} = \tan^{-1} \lambda_g \frac{1 + \frac{1}{2}\bar{w}}{x} \quad (2.34)$$

2.1.3.1 Cálculo da eficiência

A eficiência de uma hélice é a medida que quanto de tração, T , a uma velocidade axial, V , esta pode gerar a partir de um consumo de potência P .

$$\eta = \frac{TV}{P} \quad (2.35)$$

A estratégia para o cálculo da eficiência do rotor para a teoria dos vórtices é idêntica à da teoria dos elementos de pá: com uma discretização das pás, utiliza-se a velocidade local real, W , e os coeficientes de sustentação e arrasto de aerofólios em escoamentos bidimensionais. No diagrama de velocidades da figura 2.5, pode-se traçar também a forças aerodinâmica atuante resultante, dR , em cada seção, como pode ser visto na figura 2.8. Vale notar também que a força aerodinâmica na seção é dependente do

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

ângulo de ataque, α , que, por sua vez, depende do ângulo de torção, β , escolhido para a estação em questão: $\alpha = \beta - \phi$.

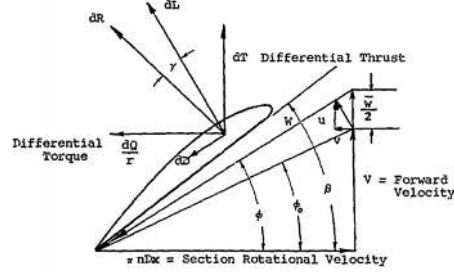


Figura 2.8: Diagrama de forças aerodinâmicas em uma seção da pá. (BORST, 1973)

Como visto no diagrama, a força de sustentação é perpendicular e a força de arrasto é paralela à direção do ar. Entretanto, essas direções tem pouco significado para a hélice e devem ser decompostas, utilizando o ângulo γ , tal que $\gamma = \tan^{-1} \frac{dL}{dR} = \tan^{-1} \frac{dc_L}{dc_D}$, nas direções axial, em que teremos a tração gerada pela hélice, e tangencial, em que teremos o torque de resistência ao movimento. Lembrando o conceito de coordenada radial adimensional, $x = r/R$, podemos calcular encontrar as relações para a tração diferencial, dT (isto é, do elemento em questão):

$$dT = B \cos(\phi + \gamma) dR = B \frac{1}{\cos(\gamma)} \cos(\phi + \gamma) dL \quad (2.36)$$

E o torque diferencial, dQ :

$$\frac{dQ}{r} = B \sin(\phi + \gamma) dR = B \frac{1}{\cos(\gamma)} \sin(\phi + \gamma) dL \quad (2.37)$$

Em que o diferencial de sustentação é dado por:

$$dL = \frac{c_L \rho W^2 b}{2} dr \quad (2.38)$$

E adimensionalizando a equação (2.37), do torque, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dc_Q}{dx} &= \frac{dQ}{dx} \frac{1}{\rho n^2 D^5} \Leftrightarrow \\ \frac{dc_Q}{dx} &= \sigma c_L \frac{x^2}{8} \left(\frac{W}{nD} \right)^2 (\sin(\phi) + \tan(\gamma) \cos(\phi)) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Lembrando (2.19) e dividindo por nD :

$$\frac{W}{nD} = \frac{\frac{V+w/2}{\sin(\phi)} + \frac{w}{2} \sin(\phi)}{nD}$$

2 Revisão bibliográfica

Utilizando a razão de avanço J , chega-se à seguinte expressão para o coeficiente de torque, c_Q :

$$\frac{dc_Q}{dx} = \frac{\pi x^2}{8} J^2 \left[\frac{1 + \frac{w}{2}(1 - \sin^2(\phi))}{\sin(\phi)} \right]^2 \sigma_{c_L} \sin(\phi) \left[1 + \frac{\tan(\gamma)}{\tan(\phi)} \right] \quad (2.40)$$

Seguindo procedimento similar, adimensionaliza-se a equação (2.36), da tração, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dc_T}{dx} &= \frac{dT}{dx} \frac{1}{\rho n^2 D^4} \Leftrightarrow \\ \frac{dc_T}{dx} &= \frac{x\pi J^2}{4} \left[\frac{1 + \frac{w}{2}(1 - \sin^2(\phi))}{\sin(\phi)} \right]^2 \sigma_{c_L} \sin(\phi) (\cot(\phi) - \tan(\gamma)) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Agora, definindo o coeficiente Z :

$$\frac{\pi x^2}{8} J^2 \left[\frac{1 + \frac{w}{2}(1 - \sin^2(\phi))}{\sin(\phi)} \right]^2 \sin(\phi) = Z \quad (2.42)$$

Simplifica-se as duas expressões (2.40) e (2.41) para:

$$\frac{dc_Q}{dx} = \sigma_{c_L} Z \left[1 + \frac{\tan(\gamma)}{\tan(\phi)} \right] \quad (2.43)$$

$$\frac{dc_T}{dx} = \sigma_{c_L} \frac{2Z}{x} (\cot(\phi) - \tan(\gamma)) \quad (2.44)$$

Finalmente, obtém os coeficientes de tração e torque, c_T e c_Q , integrando as expressões acima de $x = 0$ até $x = 1$. Ou, já que se divide a pá em um número finito de estações de controle, pode-se aproximar a integral por uma somatória e fazer uma aproximação numérica considerando N intervalos.

$$c_T = \int_0^1 \sigma_{c_L} \frac{2Z}{x} (\cot(\phi) - \tan(\gamma)) dx \approx \sum_{i=1}^n 2 \frac{(Z\sigma_{c_L})_i}{x_i} (\cot(\phi_i) - \tan(\gamma_i)) \Delta x_i \quad (2.45)$$

$$c_Q = \int_0^1 \sigma_{c_L} Z \left[1 + \frac{\tan(\gamma)}{\tan(\phi)} \right] dx \approx \sum_{i=1}^n (\sigma_{c_L} Z)_i \left[1 + \frac{\tan(\gamma_i)}{\tan(\phi_i)} \right] \Delta x_i \quad (2.46)$$

Para transformar o coeficiente de torque, c_Q , em coeficiente de potência, c_P , basta multiplicá-lo por 2π .

$$c_P = 2\pi c_Q \quad (2.47)$$

Por fim, utilizando as equações (2.35) e (2.3), pode-se escrever para a eficiência:

$$\eta = J \frac{c_T}{c_P} \quad (2.48)$$

A performance de uma hélice projetada pode ser calculada usando as equações apresentadas na teoria dos vórtices acima, mantendo-se a geometria e variando-se a velocidade axial e o passo das pás da hélice

2.1 Modelagem Aerodinâmica de Hélices

e assim, pode-se obter curvas de eficiência, coeficiente de tração e potência. Curvas típicas obtidas com o uso da teoria dos vórtice são apresentadas abaixo. A Figura 2.9 mostra o comportamento esperado para o mapa de eficiência e as Figuras 2.10 e 2.11 para o coeficiente de tração e potência, respectivamente.

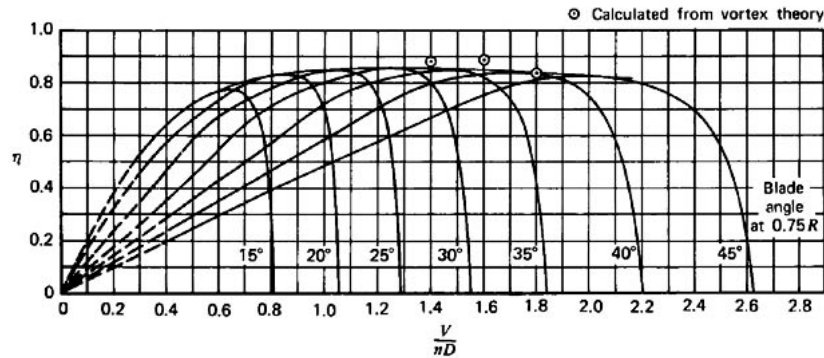


Figura 2.9: Eficiência para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)

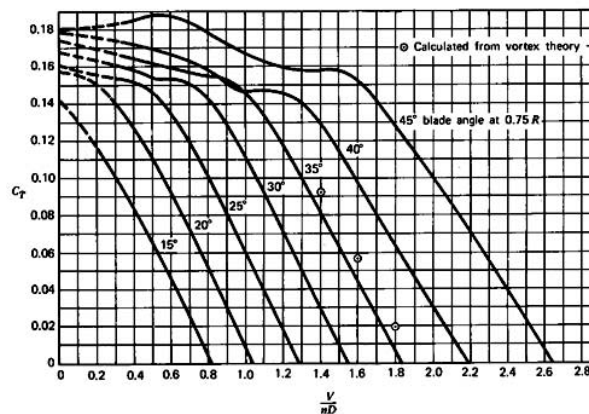


Figura 2.10: Coeficiente de tração para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)

2.1.4 Projeto ótimo aerodinâmico

Segundo BORST, 1973, para o projeto de hélices é necessário saber a planta da pá, o carregamento nela e/ou distribuição de c_L que resulta na máxima eficiência para determinada condição de projeto. O livro diz que o projeto ótimo de uma hélice deve minimizar as perdas induzidas e as perdas de perfil ao mesmo tempo e considera três possíveis casos de parâmetros que podem ser variados:

- Caso 1 - Formato e carregamento da pá variáveis
- Caso 2 - Solidez fixada, c_L variável

2 Revisão bibliográfica

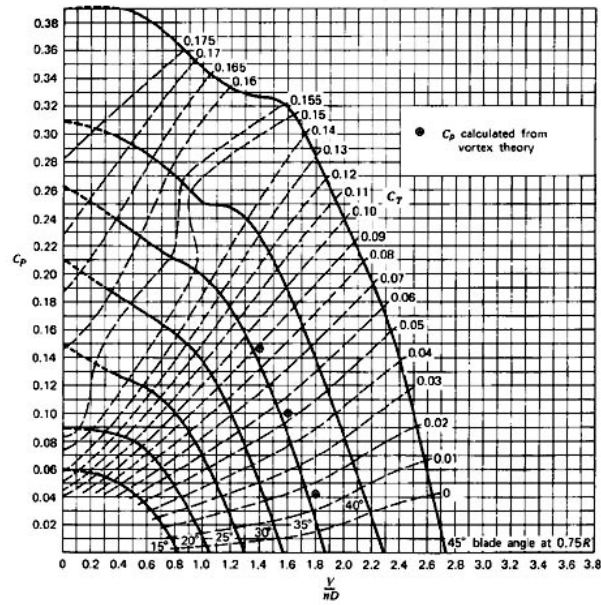


Figura 2.11: Coeficiente de potência para diferentes ângulos de passo pela teoria dos vórtices. (MCCORMICK, 1995)

- Caso 3 - Solidez fixada, c_L e c_{L_i} variáveis

Neste trabalho, apenas o primeiro caso, formato e carregamento da pá variáveis é considerado. BORST, 1973, conclui que, para esse caso, o projeto ótimo de uma hélice se dá quando as condições de **máximo** c_L/c_D para minimizar as perdas de perfil e que isso leva à necessidade de \bar{w} **constante** ao longo da pá para minimizar também as perdas induzidas, conforme BETZ, 1919, já havia afirmado.

CAPÍTULO 3

Projeto e Performance da Hélice

Conteúdo

3.1	Introdução	23
3.2	Projeto de Hélice	24
3.2.1	Requisitos da hélice	24
3.2.2	Missão típica e condições de operação	24
3.2.3	A escolha do tipo de hélice	26
3.2.4	A escolha do diâmetro e do número de pás	26
3.2.5	Ferramentas computacionais	27
3.2.5.1	MATLAB	27
3.2.5.2	XFOIL	28
3.2.6	Banco de dados UIUC e Aerofólios	28
3.2.6.1	O aerofólio Clark Y	28
3.2.6.2	A família de aerofólios Eppler	28
3.2.6.3	A família de aerofólios MH	30
3.2.7	Modelo computacional	30

3 Projeto e Performance da Hélice

3.2.7.1	Entradas para projeto da hélice HP1	31
3.3	Performance de Hélice	33
3.3.1	Sobre a análise	33
3.3.2	Modelo computacional	33
3.3.2.1	Entradas análise da hélice HP1	34

3.1 Introdução

O desenvolvimento de uma hélice pode ser dividido em duas partes principais: o projeto ótimo para alguma condição específica e a análise da hélice projetada para outras condições. As duas partes e os parâmetros fundamentais que as afetam podem ser vistos no diagrama abaixo.

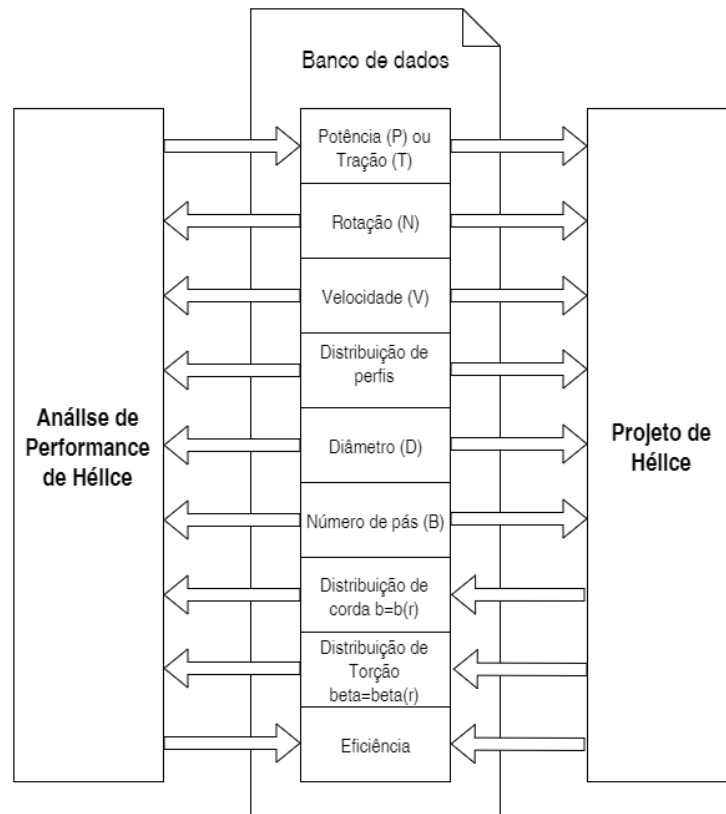


Figura 3.1: Desenvolvimento de uma hélice.

Para o projeto ótimo as entradas são: a potência ou tração necessária, a rotação, a velocidade, o diâmetro, a quantidade de pás e a distribuição de aerofólios. O projeto deve então devolver a distribuição de corda e de torção nas pás e a eficiência obtida.

Para a análise de performance, as entradas são: a rotação, a velocidade, o diâmetro, a quantidade de pás e a distribuição de aerofólios, de corda e de torção nas pás. Os resultados são: a potência ou tração, a eficiência nessas condições.

3.2 Projeto de Hélice

3.2.1 Requisitos da hélice

Os requisitos da Parte 23 da FAR (FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION, s.d.) quanto à utilização de hélices são :

- Sec. 23.905: Propellers
Necessidade do certificado de tipo de cada hélice
- Sec. 23.907: Propeller vibration
Tensões causadas por vibração não excedem os valores especificados pelo fabricante
- Sec. 23.925: Propeller clearance
Distância de pelo menos 9 polegadas do solo na posição mais crítica de operação da aeronave e pelo menos 1,5 polegadas da estrutura da aeronave.
- Sec. 23.937: Turbo-propeller-drag limiting systems
Limitadores de arrasto devem ser projetados para que não haja arrasto maior que o especificado pelo projeto estrutural desse componente se houver falha de algum sistema.
- Sec. 23.1149: Propeller speed and pitch controls
Se houver controles de pitch e velocidade da hélice, devem haver um grupo separado para cada hélice e um controle simultâneo para todas. Os controles devem permitir sincronização simultânea de todas as hélices numa aeronave multimotor.
- Sec. 23.1153: Propeller feathering controls
Se houver controles de feathering, deve ser possível fazê-lo para cada hélice separadamente.

Para a atual fase do projeto, o requisito mais importante é o de *clearance*, pois esse define o posicionamento do motor com relação à fuselagem e ao solo. É importante levar em consideração, portanto, que para o projeto do pilone: 1) a escolha de sua angulação, na condição de ground roll – a mais crítica da aeronave Harpia em relação à distância das pontas das pás ao solo – decorre da necessidade da distância de 9 polegadas para o solo e 2) a escolha de seu comprimento decorre da necessidade de manter distância das pás da hélice em pelo menos 1,5 polegadas.

3.2.2 Missão típica e condições de operação

Foi considerada uma missão típica de 300 quilômetros a 15000 pés de altitude e 110 m/s, partindo-se com peso máximo de decolagem. Inicia-se o voo a 50 m/s e nível do mar, atingindo-se 70 m/s e 1000 metros após 200 segundos e 90 m/s e 5000 m após 1000 segundos, quando o cruzeiro é iniciado. Ao iniciar a descida, a velocidade é reduzida a 80 m/s, depois de 800 segundos, atinge-se 65 m/s e 1000 m, tocando o solo a 50 m/s, no nível do mar, 1000 segundos após o início da descida. Foi considerado um

3.2 Projeto de Hélice

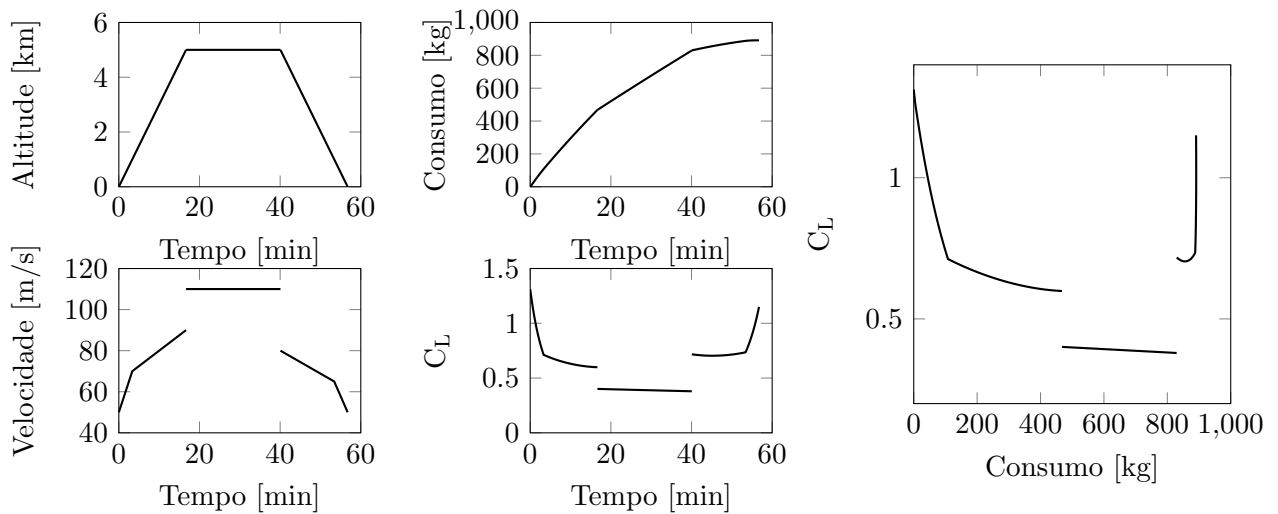


Figura 3.2: Missão padrão considerada

consumo específico $SFC = 4,0 \times 10^{-5} kg/s/N$, uma eficiência aerodinâmica média de $L/D = 10$, uma massa inicial $MTOW = 7211kg$ e uma área de asa $A_{asa} = 35,2m^2$.

Nesta simulação, a subida se deu por 76 km, o cruzeiro, por 154,5 km e a descida, por 69,5 km, totalizando os 300 km de distância entre os dois aeroportos fictícios e consumiu-se 891 kg de combustível. Vale notar que todos os dados aqui utilizados foram levantados rapidamente pela equipe de projetos e servem apenas para uma primeira estimativa das características de cada trecho da missão.

Os resultados deste estudo serviram para estimar o consumo de combustível em cada trecho e decidir qual a condição de maior importância para o projeto da hélice. O consumo de combustível do primeiro trecho da missão (decolagem e subida) é quase metade do consumo total, mesmo sendo equivalente a apenas 1/3 do tempo. Dessa forma, nessa região é que se deseja ter maior eficiência de hélice, já que qualquer ganho em tração pode ser considerado como um decréscimo do arrasto.

Alguns parâmetros são herdados do projeto da aeronave e da escolha do motor. São eles: a velocidade no sentido axial (a velocidade de voo da aeronave), a velocidade rotacional e a potência do motor.

Parâmetro	Valor
Velocidade de cruzeiro	110m/s
Velocidade rotacional	1900 2100rpm
Potência máxima do motor	750hp
Velocidade de subida	80m/s
Potência do motor	750hp

Tabela 3.1: Parâmetros de entrada

3 Projeto e Performance da Hélice

3.2.3 A escolha do tipo de hélice

A escolha da hélice do grupo motopropulsor é de extrema relevância para o projeto, já que ela é o elemento responsável por transmitir a potência do motor ao ar de maneira eficiente, produzindo o empuxo necessário para determinada condição de voo.

Existem dois tipos principais de hélice: velocidade constante e passo constante. As hélices de velocidade constante mudam o seu *pitch* de acordo com o regime de voo para manter a rotação, ao passo que as de passo constante variam a rotação de acordo com a condição de voo. O grupo optou por uma hélice de **velocidade constante** e passo variável, que permite que ela mantenha uma performance razoável para diferentes condições de voo.

Também foi escolhida a hélice de **rotação simples** para ser utilizada neste trabalho, devido ao aumento considerável de complexidade ao se tratar hélices contra-rotativas.

3.2.4 A escolha do diâmetro e do número de pás

O parâmetro primordial do projeto de uma hélice é o seu diâmetro. A partir dele, tem-se o carregamento no disco (que dita qual método deve ser usado para o projeto). KUNDU, 2010, apresenta uma relação paramétrica para o cálculo do diâmetro da hélice de acordo com a potência instalada do motor.

$$D = K(P)^{\frac{1}{4}} \quad (3.1)$$

Onde K é um parâmetro de correlação entre o diâmetro e a potência e vale 22 para uma hélice de 2 pás. O diâmetro é dado em polegadas e a potência em cavalos-vapor. A equação (3.2) **HEPPERLE** para selecionar o diâmetro equivalente quando se altera o número de pás e se deseja manter a mesma potência.

$$D_2 = D_1 \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.2)$$

A tabela abaixo compila o diâmetro da hélice para diversos valores de números de pá utilizando as equações (3.1) e (3.2), considerando que a potência instalada é 80% da potência total.

Número de pás	2	3	4	5	6	7	8
Diâmetro [m]	2,76	2,49	2,32	2,19	2,10	2,02	1,95

Tabela 3.2: Parâmetros de entrada

Para diâmetros muito grandes, devido à linearidade do Mach de ponta de pá com a distância radial, os efeitos de compressibilidade se tornam importantes. Com o surgimento de ondas de choque na ponta das pás, a eficiência cai, graças ao arrasto adicional gerado, portanto é um dos conceitos desse projeto evitar que isso aconteça, trabalhando com diâmetros menores e maior número de pás. Entretanto, não se pode reduzir tanto o diâmetro, já que isso também leva a uma redução na eficiência, assim, quando já não for mais viável reduzir o diâmetro, deve-se partir para outra estratégia: redução da espessura do aerofólio na ponta das pás.

3.2 Projeto de Hélice

Um gráfico, Figura 3.3, pode ser facilmente traçado para entender, a variação do Mach de ponta de pá com o diâmetro. Para isso, utilizou-se a velocidade de 80 m/s (velocidade de subida da aeronave), velocidade induzida axial de 32 m/s (40% da velocidade axial) e velocidade de rotação de 2000 rpm.

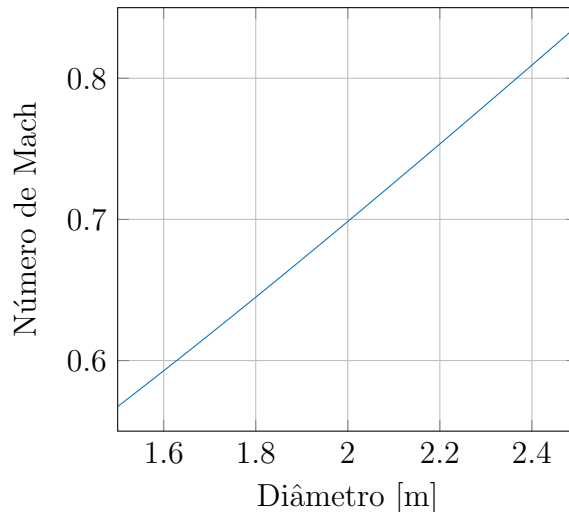


Figura 3.3: Mach na ponta da pá de acordo com o diâmetro da hélice

O gráfico acima mostra que valores de diâmetro acima de 2,2 m, com $M_{tip} > 0,75$ são inaceitáveis, pois haveria formação de ondas de choque no aerofólio. Assim, restringe-se a escolha de diâmetro a valores menores que 2,2 m e a quantidade de pás de 5 a 7.

Como a obtenção de dados para números pares de pás é mais fácil para as funções de Goldstein, utilizou-se a quantidade de **seis pás**. O diâmetro foi restringido em **2 metros**, pouco menos que o recomendado para seis pás, por considerar que velocidades acima de 80 m/s podem causar ondas de choque na ponta da pá e reduzir drasticamente sua performance e assim se obteria uma segurança quanto a isso.

3.2.5 Ferramentas computacionais

3.2.5.1 MATLAB

Todos as rotinas deste trabalho foram desenvolvidos em MATLAB. O MATLAB é um ambiente computacional numérico. A linguagem, desenvolvida pela MathWorks permite a manipulação de matrizes, plotagem de funções e dados, implementação de algoritmos, criação de interfaces de usuários e a interface com outros programas escritos em outras linguagem como C, C++, Java, Fortran e Python. As principais extensões de arquivo utilizadas nesse trabalho são: “.m” códigos MATLAB para funções e *scripts* e “.mat”(dados MATLAB - arquivos binários para armazenagem de variáveis). (MATHWORKS, 2015)

3 Projeto e Performance da Hélice

3.2.5.2 XFOIL

Os códigos desenvolvidos criam, em dado momento, *scripts* para interface com o XFOIL. O XFOIL é um programa interativo de licença pública, desenvolvido por Mark Drela, para o projeto e análise de aerofólios subsônicos isolados. Consiste de uma coleção de rotinas que podem executar diversas funções como: análise de um aerofólio existente (viscosa ou invíscida, permitindo transição livre ou forçada), cálculo e previsão de sustentação e arrasto até pouco depois do $c_{L_{max}}$, correções de compressibilidade, números de Reynolds e Mach fixos e/ou variáveis, interpolação de aerofólios, armazenagem de diversas polares, entre outras. (DRELA; GILES, 1987)

3.2.6 Banco de dados UIUC e Aerofólios

Os perfis de aerofólio utilizados e analisados nesse projeto foram obtidos do *UIUC Airfoil Data Site*, uma iniciativa da University of Illinois Urbana-Champaign que concentra os esforços de pesquisa em problemas envolvendo aerodinâmica de aerofólios, asas e hélices voltadas ao projeto de aeronaves. O endereço possui coordenadas de cerca de 1600 aerofólios conhecidos e algumas informações sobre a sua performance. As informações de performance são basicamente para aplicações em baixo Reynolds. **UIUC**

A partir do banco de dados UIUC, construiu-se um banco de dados com aerofólios específicos para hélices. Os aerofólios escolhidos para fazerem parte deste banco de dados está descrito nas seções abaixo.

3.2.6.1 O aerofólio Clark Y

Um dos aerofólios escolhido para o banco de dados do projeto da hélice foi o Clark-Y, desenvolvido em 1922 pelo Coronel Virginius E. Clark. Esse aerofólio foi projetado adicionando uma distribuição de espessura ao aerofólio de Gottingen. Seu intradorso foi escolhido plano para garantir conveniência de manufatura. O aerofólio se tornou muito popular nos anos 20 e ainda é largamente utilizado em projetos de pás de hélices.

Clark Y - Aerofólio de uso comum para pás 

Figura 3.4: Aerofólio Clark Y.

3.2.6.2 A família de aerofólios Eppler

EPPLER, 1990, descreve em seu livro uma família de aerofólios projetada especialmente para pás de hélices. Os aerofólios foram projetados de forma a cumprir os requisitos em cada estação: nas estações mais à ponta, os aerofólios foram projetados para atender a requisitos de compressibilidade e, portanto, apresentam intervalo de ângulos de ataque permissíveis pequeno; um pouco mais distante da ponta, o número de Mach é menor, mas o intervalo de coeficiente de sustentação é maior; e nos perfis mais perto do eixo, há a necessidade de perfis bem espessos por propósitos estruturais. Os perfis projetados por ele são os listados abaixo:

3.2 Projeto de Hélice

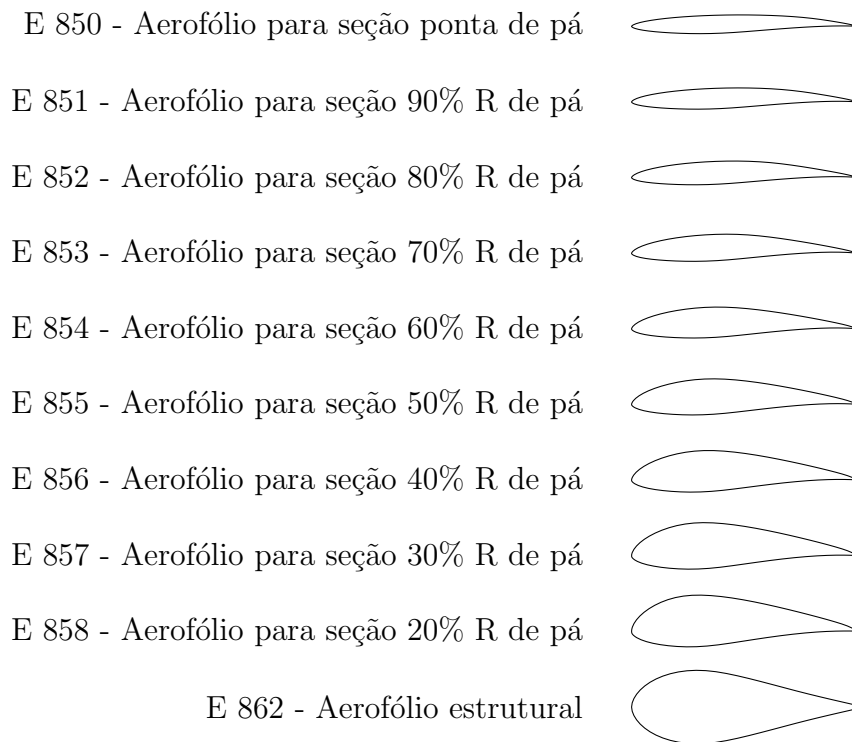


Figura 3.5: Família de aerofólios Eppler.

É interessante notar que os aerofólios para as seções da ponta são projetados para terem a curva do coeficiente de pressão com um “platô” no extradorso. Isso acontece porque mesmo com a velocidade do escoamento na ponta ainda subsônica, pode haver pontos ao seu redor com escoamento sônico. Para cada determinado número de Mach, há um valor limite de c_p mínimo que pode ser alcançado sem o que o escoamento se torne sônico. Eliminando o pico na curva do c_p , pode-se alcançar ângulos de ataque maiores sem ultrapassá-lo.

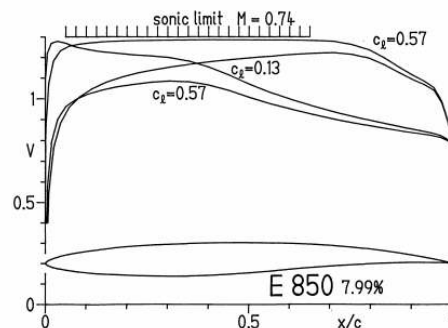


Figura 3.6: Perfil E 850 e o limite sônico para Mach=0,74.

3 Projeto e Performance da Hélice

3.2.6.3 A família de aerofólios MH

Hepperle, aluno de Eppler, também desenvolveu seus próprios aerofólios para hélices, seguindo a mesma linha de pensamento. Entretanto, Hepperle foi um pouco mais vago quanto ao posicionamento de seus aerofólios.

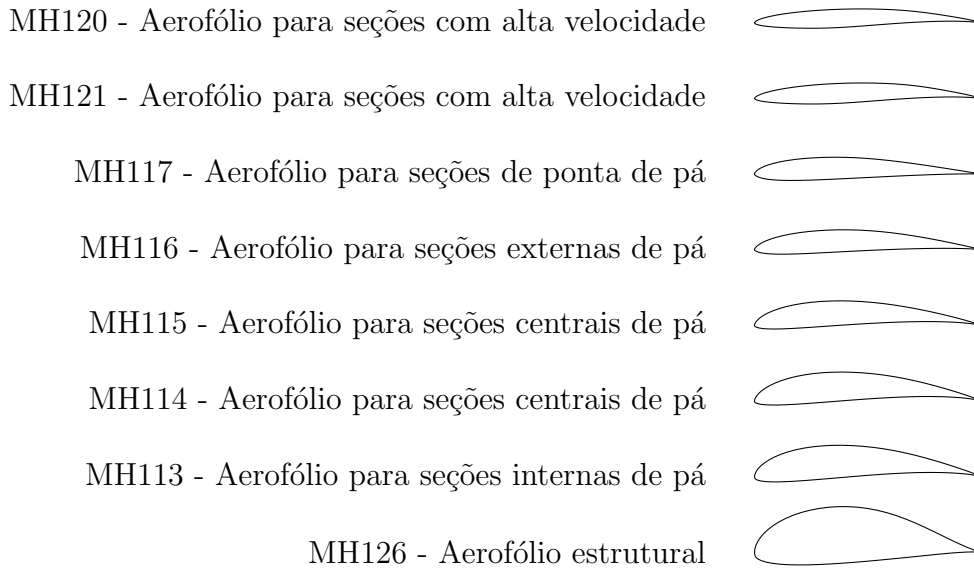


Figura 3.7: Família de aerofólio Martin Hepperle.

3.2.7 Modelo computacional

O programa “prop_design.m” foi desenvolvido em MATLAB para o projeto da hélice ótima. Um esquema do programa e suas subrotinas é mostrado na figura 3.8.

O programa “prop_design.m” calcula, para a potência dada, o valor de c_P e, depois, o valor de κ necessário para obtê-lo. Com isso obtém-se o valor de ϵ , a velocidade axial induzida e o ângulo verdadeiro do ar com relação à pá. Esses valores são utilizados como entrada para as funções “prandtl_circ.m” ou “goldstein_circ.m”, dependendo do método escolhido, para o cálculo da circulação em cada pá. Com essa circulação, calcula-se o coeficiente de carregamento σ_{c_L} .

Esses dados então são passados para o programa “blade_design.m” que é responsável, para todos os elementos da pá, por calcular as dimensões de corda e interpolar os dados aerodinâmicos obtidos da rotina “optimise_profile.m”. A rotina “optimise_profile.m” obtém os dados aerodinâmicos para o perfil das seções de controle através da rotina “check_aero.m”, que apenas faz a interface com o XFOIL, e permite duas opções para a escolha do ângulo de ataque ótimo:

1. automaticamente, deixando o programa escolher o maior c_L/c_D (considerando que o $c_{P_{min}}$ de cada seção seja maior que o $c_{P_{min}}$ crítico)

3.2 Projeto de Hélice

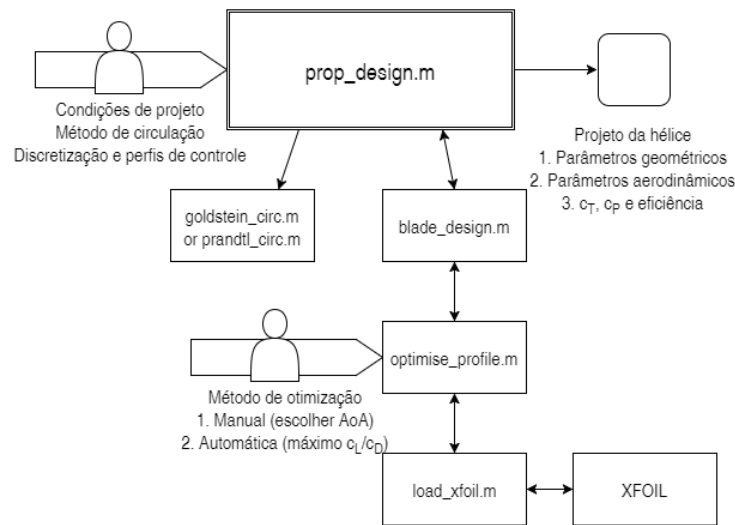


Figura 3.8: Programa para projeto de hélice.

2. manualmente, com apoio de gráficos apresentados pelo programa para visualizar os parâmetros mais importantes

Se escolhida a opção “manual”, o programa apresentará os gráficos apresentados na Figura 3.9. Os gráficos permitem ao projetista otimizar o ângulo de ataque de cada seção conforme sua experiência e analisando diversos dados simultaneamente. O gráfico de $c_L vs. \alpha$ dá condições máximas e mínimas para obtenção de valores razoáveis de corda, já que σc_L é pré-definido; o gráfico de $c_D vs. \alpha$ mostra o arrasto; o gráfico de $c_L/c_D vs. \alpha$ apresenta a eficiência e o gráfico de $c_{p_{min}} vs. \alpha$, a existência ou não de escoamento sônico no aerofólio: para que o escoamento seja sempre subsônico, deve-se operar acima da linha de $c_{p_{crit}}$.

Após a escolha do ângulo de ataque para cada seção, o programa “prop_design.m” transforma c_L e c_D em c_T e c_P , conforme as equações (2.45), (2.46) e (2.47). Por fim, calcula a integral desses valores ao longo da pá numericamente e utiliza a equação (2.48) para calcular a eficiência da hélice.

3.2.7.1 Entradas para projeto da hélice HP1

Neste trabalho, a hélice projetada foi denominada *Harpia Propeller 1* ou, simplesmente, **HP1**. As entradas para o “prop_design.m” são dadas pelo usuário. Para a hélice da aeronave Harpia, as entradas principais são mostradas na tabela 3.3:

Também é necessário definir o número de elementos da discretização, posições de controle e a distribuição de aerofólios estas. Para esse projeto escolheu-se utilizar 100 elementos e posições de controle a: 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 95% e 100% da envergadura da pá. A distribuição de aerofólio escolhida é dada pela tabela 3.4.

3 Projeto e Performance da Hélice

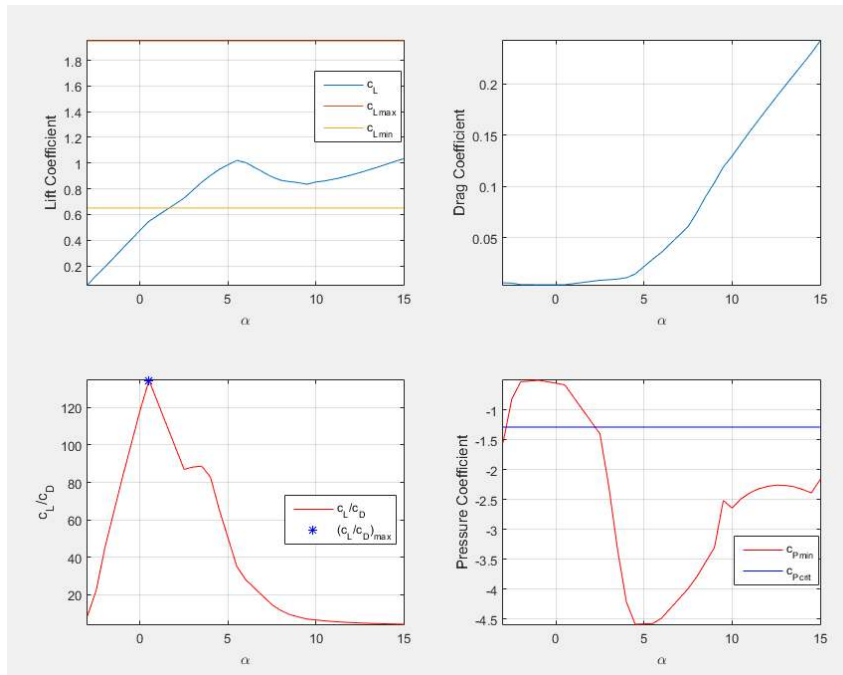


Figura 3.9: Gráficos de apoio ao projetista: $c_L vs. \alpha$, $c_D vs. \alpha$, $c_L/c_D vs. \alpha$ e $c_{p_{min}} vs. \alpha$.

Parâmetro	Valor
P	750 hp
V	80 m/s
D	2 m
N	2000 rpm
Hub	0,6 m

Tabela 3.3: Entradas de projeto

Posições de controle	1	11	21	31	41	51
Aerofólios de controle	E 862	E 862	MH126	E 857	E 856	E 855
Posições de controle	61	71	81	91	96	101
Aerofólios de controle	E 854	E 853	E 852	E 851	Interp.	MH120

Tabela 3.4: Distribuição de aerofólios escolhida.

3.3 Performance de Hélice

3.3.1 Sobre a análise

A hélice projetada na seção anterior deve ser analisada para várias condições de operação, já que a aeronave durante o ciclo de voo passa por diversas velocidades, altitudes e não necessariamente utiliza toda a potência que pode produzir. Como a hélice foi projetada para ser de velocidade constante, analisou-se apenas o efeito da velocidade de voo da aeronave, considerada a velocidade axial no rotor, e o ângulo de passo das pás, que é ajustado automaticamente em voo pelo governador da hélice.

O modelo considerado abaixo se baseia em encontrar a distribuição de velocidade induzida radial por um processo iterativo descrito em BORST, 1973. Basicamente, o modelo consiste em tentar adivinhar essa velocidade induzida para cada estação de controle da pá, encontrar o coeficiente de sustentação que seria consequência dela e qual o coeficiente de sustentação que de fato é produzido até que valores similares sejam encontrados.

3.3.2 Modelo computacional

O programa “prop_analysis.m” foi desenvolvido em MATLAB para obter as curvas de performance da hélice projetada. Um esquema do programa e suas subrotinas é mostrado na figura 3.10.

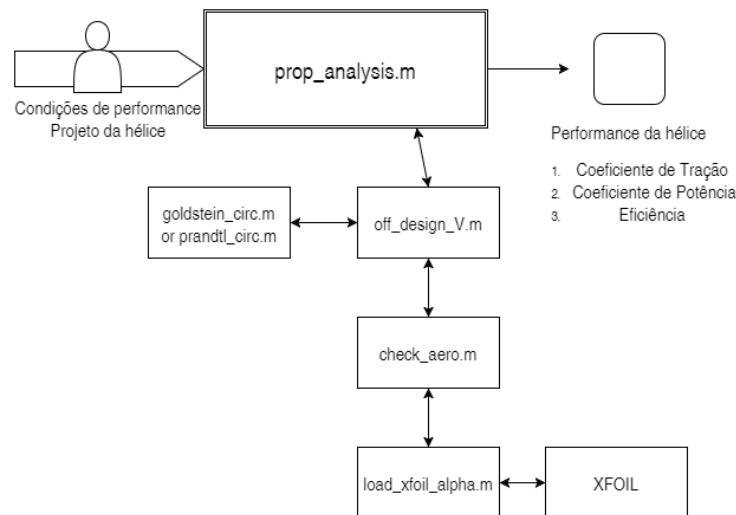


Figura 3.10: Programa para análise de desempenho de hélice.

Neste programa, o usuário tem que fornecer as condições de operação (intervalos de velocidades e ângulos de *pitch* das pás) e o projeto da hélice (montado pelo programa anterior). Então o programa roda o modelo de circulação e carregamento das pás, conferindo a aerodinâmica com o XFOIL, rodado externamente. Como resultados, obtemos os diagramas de tração, potência e eficiência da hélice analisada para essas condições.

3 Projeto e Performance da Hélice

3.3.2.1 Entradas análise da hélice HP1

Para a hélice da aeronave Harpia, as entradas principais da análise da hélice são mostradas na tabela 3.5:

Parâmetro	Valor Mínimo	Valor Máximo	Passo
V	10 m/s	150 m/s	5 m/s
β	-10 deg	10 deg	2 deg

Tabela 3.5: Entradas da análise

CAPÍTULO 4

Resultados e Discussão

Conteúdo

4.1	Hélice HP1	36
4.1.1	Eficiência e Coeficientes de Projeto	38
4.2	Performance	40
4.2.1	Eficiência	40
4.2.2	Coeficientes de Tração e Potência	40
4.2.3	Considerações sobre os resultados	40

4 Resultados e Discussão

4.1 Hélice HP1

Suas principais características são apresentadas nos gráficos 4.5, 4.6, 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

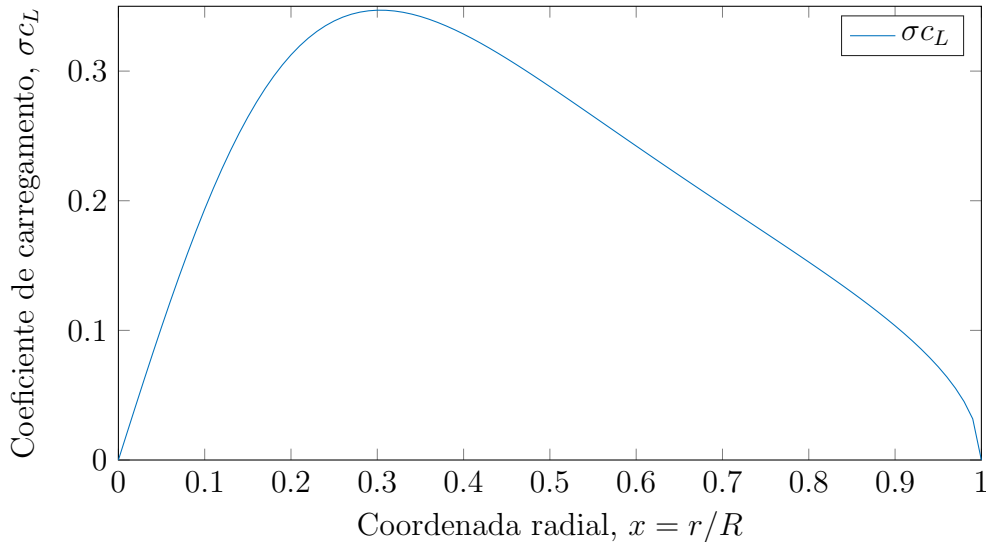


Figura 4.1: Coeficiente de carregamento ao longo da pá.

O gráfico 4.2 mostra a distribuição do número de Reynolds e do número de Mach, pode-se notar claramente que a ponta da pá alcança um número de Mach elevado de 0,7 para Reynolds baixo, devido à redução no tamanho da corda. Essa diminuição na corda é possível apenas em teoria, sendo que, devido a complicações na manufatura, é necessário que a corda tenha um valor finito no fim da pá. Assim, um possível jeito de se resolver esse problema é utilizando um perfil de baixíssima espessura na ponta.

O ângulo de ataque, conforme visto na figura 4.3, é escolhido para obter um valor razoável de coeficiente de sustentação no começo e meio da pá, já que a sustentação é a componente responsável pelo aumento na força de tração que a hélice é capaz de desempenhar, ser decrescente e estar próximo a zero na ponta. Isso porque a ponta não deve gerar muita sustentação, por questões estruturais, e porque ali a velocidade é muito alta e os perfis estolam com ângulos de ataque relativamente baixos.

Além dos fatores mencionados acima, outros fatores influenciam na escolha do ângulo de ataque: é necessário maximizar a razão c_L/c_D e manter o aerofólio em regime subsônico, ou seja, manter o $c_{p_{min}}$ em cada seção maior que o $c_{p_{crit}}$. Os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto na condição de projeto são apresentados na figura 4.4.

O gráfico 4.5 mostra as duas principais características geométricas de uma pá: o ângulo de torção e o tamanho da corda ao longo de sua envergadura. O ângulo de torção, β , dado pela equação (2.8), e o tamanho da corda, b , dado pela equação da solidez (2.32) e coeficiente de carregamento (2.30), são obtidos após a escolha do ângulo de ataque em cada seção. A torção numa pá de hélice é relativamente alta, isso porque o ângulo que o ar faz com a linha de referência, no caso, a do eixo, varia muito com a posição radial, já que no eixo não há velocidade tangencial e, na posição de raio máximo, ela é alta. A corda

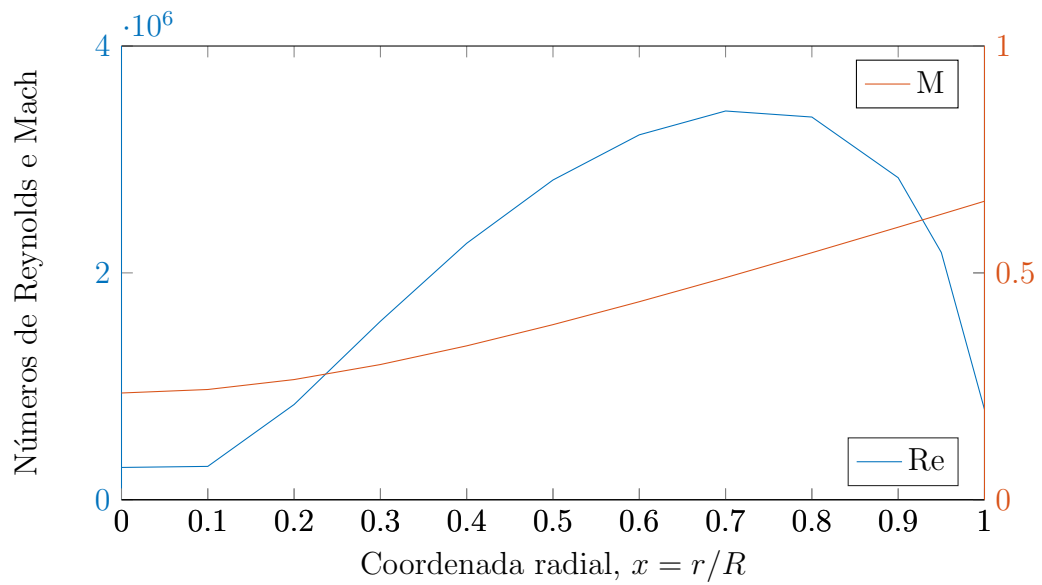


Figura 4.2: Números de Reynolds e Mach ao longo da pá.

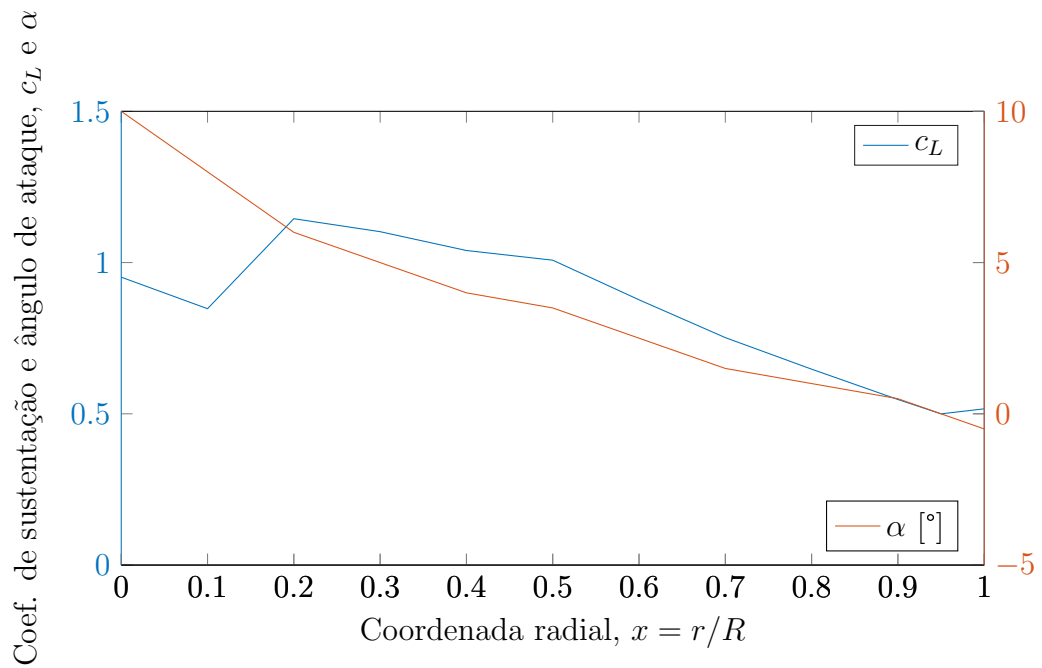


Figura 4.3: Ângulo de ataque de projeto ao longo da pá.

é dependente de vários fatores estruturais e aerodinâmicos, no caso acima, foram impostas condições de corda mínima e máxima que limitaram a escolha do ângulo de ataque e, portanto, o coeficiente de sustentação; o valor da corda é obtido automaticamente após essa escolha.

4 Resultados e Discussão

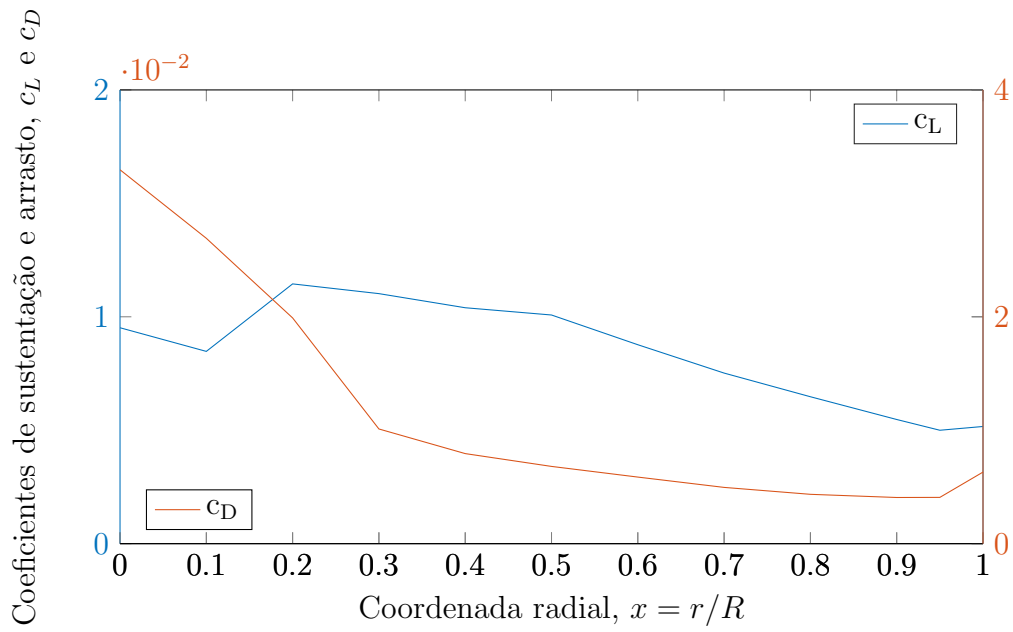


Figura 4.4: Coeficientes aerodinâmicos de projeto ao longo da pá.

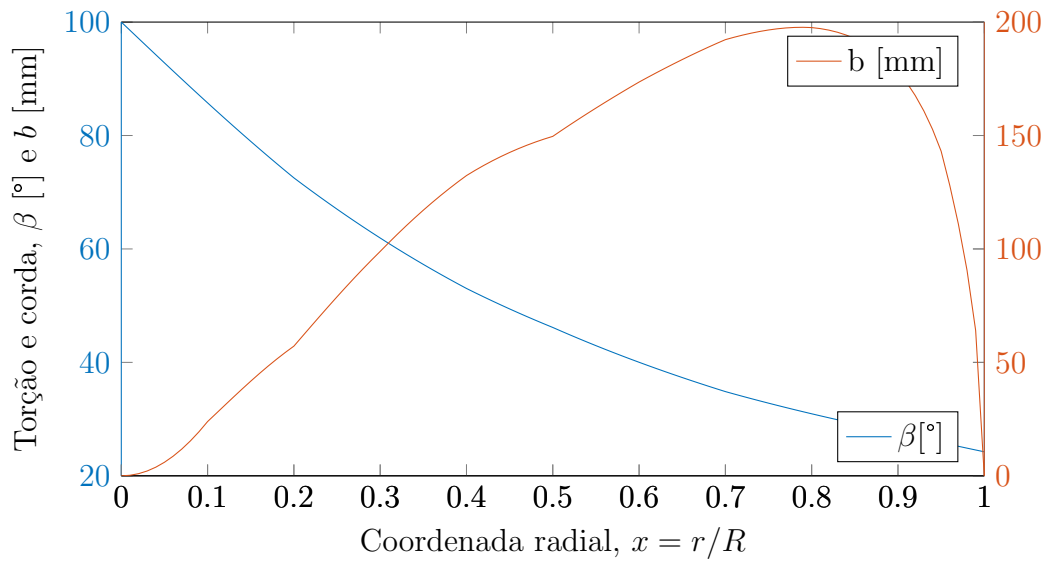


Figura 4.5: Parâmetros geométricos da pá.

A tabela 4.1 compila os parâmetros citados acima apenas para as estações principais.

4.1.1 Eficiência e Coeficientes de Projeto

4.1 Hélice HP1

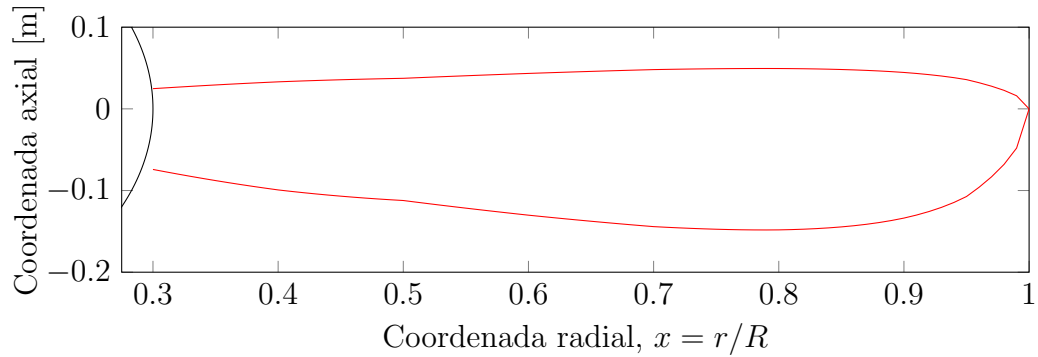


Figura 4.6: Planta da pá sem torção e sem enflechamento a 1/4 da corda.

Estação	x ($x = r/R$)	Perfil	α [°]	c_L Projeto	c_D Projeto	Corda [mm]	β [°]
1	0,00	E 862	10	0,952	0,033	0,0	100,0
2	0,10	E 862	8	0,847	0,027	23,9	85,75
3	0,20	MH126	6	1,14	0,020	57,2	72,53
4	0,30	E 856	5	1,10	0,010	98,9	61,93
5	0,40	E 855	4	1,04	0,0079	132,3	53,03
6	0,50	E 854	3,5	1,01	0,0068	149,6	46,16
7	0,60	E 853	2,5	0,877	0,0059	173,6	40,02
8	0,70	E 852	1,5	0,752	0,0050	192,3	34,85
9	0,80	E 851	1,0	0,648	0,0043	197,6	30,94
10	0,90	E 850	0,5	0,547	0,0041	178,3	27,61
11	0,95	Interpolado	0	0,500	0,0041	143,1	25,87
12	1,00	MH120	-0,5	0,516	0,0063	0,0	24,25

Tabela 4.1: Parâmetros de projeto da hélice HP1

Parâmetro	Valor de Projeto
Eficiência induzida	0,829
Eficiência	0,816
Coefficiente de tração induzido	0,381
Coefficiente de tração	0,379
Coefficiente de potência induzido	0,557
Coefficiente de potência	0,551

Tabela 4.2: Performance de projeto da hélice HP1

4.2 Performance

A performance da hélice HP1 foi calculada para um grande intervalo de velocidades e de ângulo de *pitch*. Assim, foi possível encontrar o envelope de eficiência máxima para as condições analisadas.

4.2.1 Eficiência

O mapa de eficiência da hélice projetada pode ser visto na figura 4.7. As curvas foram calculadas de -10° a 10° , com incremento de dois graus. A curva mais à esquerda foi calculada para o ângulo de *pitch* de -10° e a mais à esquerda, 10° . Os resultados tem a disposição coerente com a esperada de acordo com a figura 2.9 para as condições em que o XFOIL consegue convergir o cálculo aerodinâmico nas seções da pá.

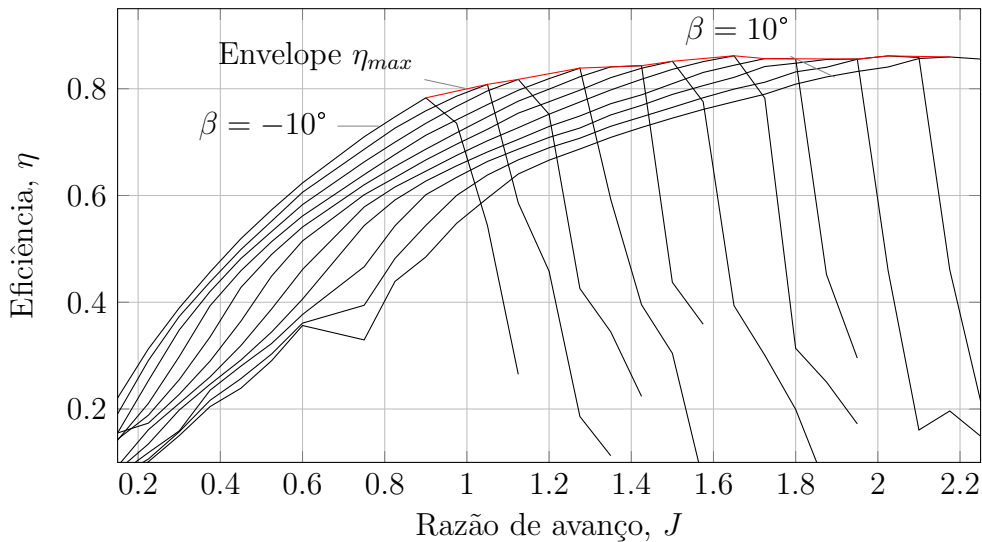


Figura 4.7: Mapa de eficiência da hélice projetada.

4.2.2 Coeficientes de Tração e Potência

Os coeficientes de tração e potência são mostrados nas figuras 4.8 e 4.9. A disposição das curvas também é compatível com o esperado, como é mostrado nas figuras 2.10 e 2.11.

4.2.3 Considerações sobre os resultados

Devido às limitações do XFOIL, obteve-se resultados bem discrepantes na região pós-estol e esses resultados foram omitidos.

O resultado obtido para ângulo de *pitch* e velocidade de projetos não foram iguais aos obtidos pelo código de projeto. Isso se deve, possivelmente, pela diferença entre o número de Reynolds e a velocidade

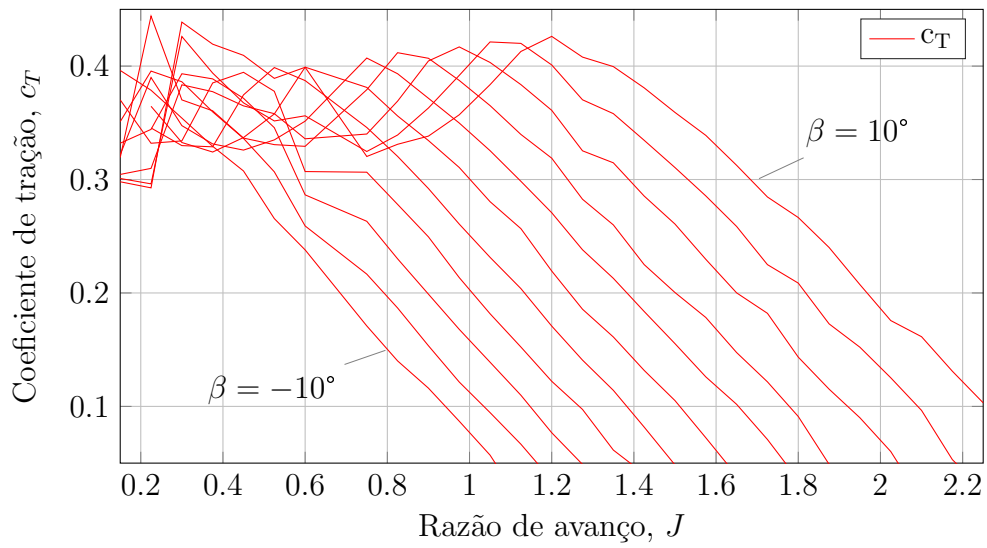


Figura 4.8: Diagrama de c_T para diversas condições.

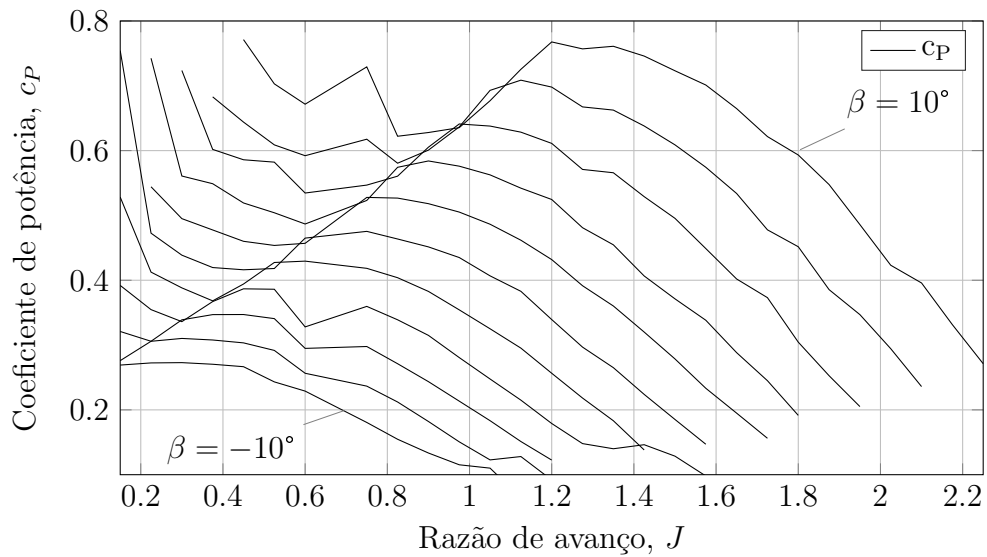


Figura 4.9: Diagrama de c_P para diversas condições.

induzida adimensional em cada seção, que no código de performance são assumidas e não são iguais às calculadas pelo código de projeto, evidenciando a necessidade de implementar um mecanismo de iteração no código de projeto para recalculer o número de Reynolds após a obtenção dos valores de corda e velocidade em cada seção e um mecanismo de iteração no código de performance para também recalculer o número de Reynolds conforme a velocidade induzida é iterada.

CAPÍTULO 5

Conclusões

Conteúdo

5.1	Próximas etapas	44
5.2	Conclusões gerais	45
5.3	Considerações finais	46

5.1 Próximas etapas

Algumas melhorias são sugeridas para a continuação do trabalho desenvolvido:

- Circulação de Goldstein e o coeficiente de massa e fator de perdas axiais de Theodorsen
Os parâmetros mencionados acima foram obtidos através de digitalização de gráficos previamente calculados. É de bom grado desenvolver analiticamente as equações desenvolvidas por Goldstein e Theodorsen e implementá-las computacionalmente, de forma a aumentar a velocidade de interpolação dos resultados e mitigar os erros que foram gerados pela digitalização.
- Restrições estruturais
No programa de projeto, a única condição considerada para a estrutura da pá foi o requisito de corda mínima de 50mm a partir da seção de 30% do raio da hélice. É necessário, para um projeto mais completo do dispositivo, que se considere os cálculos de tensão, gerados pela tração e torque nas pás.
- Comportamento pós-estol para altos Mach
Os mapas de eficiência podem ser considerados incompletos para todas as condições de vôo devido à incapacidade do XFOil em analisar perfis sob condições de alto Mach e altos ângulos de ataque. O acréscimo de um modelo pós-estol, como, por exemplo, a substituição do aerofólio por uma placa plana em escoamento compressível, ou a utilização de outro programa de análise aerodinâmica, como o MSES, certamente poderia aumentar a gama de condições em que se poderia calcular a eficiência e os coeficientes de tração e potência apropriadamente.
- Enflechamento
As hélices produzidas para alta velocidade atualmente são dotadas de enflechamento ao longo da corda, já que isso pode reduzir consideravelmente o Mach nas seções das pás. Esse comportamento pode ser adicionado e assim permitir o uso de diâmetros maiores ou velocidades axiais mais elevadas para a hélice. Além disso, obviamente, aumentaria (graças à menor velocidade nas seções) o intervalo de convergência do XFOil, permitindo calcular a eficiência da hélice em mais condições.
- Melhorias e otimização do código
É sugerida a criação de uma GUI, *Guided User Interface*, para o código desenvolvido de forma a facilitar a interação do projetista com o projeto e cálculo em “tempo real” das mudanças em eficiência. O código desenvolvido também pode ser otimizado para permitir uma maior velocidade de processamento, melhorando a estrutura de dados e armazenando informação previamente desenvolvida para determinada hélice e evitar a necessidade de acesso ao XFOil tantas vezes.

5.2 Conclusões gerais

O trabalho acima apresenta um método para se projetar hélices utilizando as teorias de Prandtl e Goldstein para encontrar a distribuição de circulação ótima ao longo das pás e a velocidade real em cada estação, o programa de projeto, com a utilização do XFoil para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos, permite ao projetista escolher o ângulo de torção de cada seção, e portanto o ângulo de ataque do perfil, de modo a reduzir as perdas causadas pelo arrasto.

Em seguida, a hélice projetada é analisada para diversas condições de velocidade da aeronave e diferentes ângulos de pá e, assim, é possível obter um mapa de eficiência e diagramas de c_T e c_P . Os dados crus mostram diversos pontos fora do padrão, que indicam a não convergência do XFoil para algumas das seções das pás devido a altos ângulos de ataque com altos números de Mach, ou seja, parte da pá em estol. Retirando esses pontos, obteve-se resultados condizentes com o esperado e suficientes para a presente etapa do projeto da aeronave Harpia.

5.3 Considerações finais

O autor considera que os códigos desenvolvidos necessitam passar por um processo de validação para que seja útil para a comunidade científica e isso pode ser feito através de resultados experimentais de hélices reais publicados anteriormente. O autor também considera que o conhecimento obtido neste trabalho foi extremamente importante para si, já que atualmente trabalha com acústica de *fans* e são muitos os conceitos comuns às duas áreas que podem ser aproveitados no futuro.

CAPÍTULO 6

Anexos

Conteúdo

6.1	Projeto da Hélice	49
6.1.1	Script TCC	49
6.1.2	Função prop_design	50
6.1.3	Função J2k	54
6.1.4	Função kJ2epk	54
6.1.5	Função rationalfit	54
6.1.6	Função prandtl_circ	55
6.1.7	Função goldstein_circ	56
6.1.8	Função F	57

6 Anexos

6.1.9	Função blade_design	57
6.1.10	Função optimise_profile	59
6.1.11	Função critical_cp	61
6.1.12	Função load_xfoil	61
6.2	Performance da Hélice	64
6.2.1	Função prop_design	64
6.2.2	Função off_design_V	67
6.2.3	Função check_aero	68
6.2.4	Função load_xfoil_alpha	69
6.3	Plot da Hélice	72
6.3.1	Função plot_blade_chord	72
6.3.2	Função plot_blade_3d	72
6.3.3	Função plot_design_parameter	73
6.3.4	Função plot_prop_performance	74

6.1 Projeto da Hélice

6.1.1 Script TCC

```

%% PROPELLER PERFORMANCE AND DESIGN FOR A COMMUTER AIRCRAF
% Bernardo Martinez Rocamora Junior

% Final project to be submitted as a partial exigency for obtainement of
% the Aeronautical Engineer degree at the Engineering School of Sao Carlos
% (EESC) of the University of Sao Paulo

% Advisor Professor: Prof. Dr. Hernan Dario Ceron-Munoz

%% Aircraft Input Parameters
% The following inputs are taken from the report "Aviao Commuter para a
% regioao Sul do Brasil: HARPIA" from the Aircraft Design I module of the
% Aeronautical Engineering course.

clear all, close all, clc;

inputs.N=2000;           % [rpm]           Rotational speed
inputs.n=inputs.N/60;   % [rps]           Rotational speed
inputs.D=2;             % [m]             Propeller diameter
inputs.P_hp=750;        % [hp]            Engine power
inputs.P=inputs.P_hp*745.7; % [W]            Engine power
inputs.V=80;           % [m/s]           Forward speed
inputs.rho=1.225;      % [kg/m3]         Air density
inputs.mu=1.72*10^-5; % []              Air viscosity
inputs.hub=0.3;        % [adim]          r_hub/R
inputs.a=340;          % [m/s]           Sound speed

%% Parametric Study
% This section aims to choose two of the most important parameters in the
% procedure of propeller design: the diameter and the number of blades. It
% will also define the hub proportion of the propeller.

% [B,D,h]=parametric(n,P,V,rho);

% N=1800:200:2200      % [rpm]           Rotational speed
% n=N/60               % [rps]           Rotational speed
% B=[1:4, 6:2:12];    % [units]         Number of blades
% D=1.8:0.2:2.2;      % [m]             Chosen prop diameter
% h=0.2;               % [m/m]           Hub diameter ratio

% % for i=1:length(n)
% %     for j=1:length(B)
% %         for k=1:length(D)
% %             D_2(j)=D*(1/B(j))^0.25; % Same loading as B=1;
% %             method='prandtl';
% %             [eff(j), ind_eff(j), J_design(j)]=prop_design(n,P,V,B(j),rho,D_2(j),method);
% %         end
% %     end
% % end

%% Design Condition
% This section aims to design a optimum propeller at cruise condition, it
% will produce a blade geometry and

inputs.B=6;

```

6 Anexos

```
% Control points data (choose profile and position);
control.span_elem=100;
control.pos=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 0.95 1];
control.station=round(control.pos*control.span_elem)+1;
control.profiles={'eppler862','eppler862','eppler862','clarky','clarky',...
    'eppler854','eppler853','eppler852','eppler851','eppler850','mhetip','mh120'};
control.profiles={'eppler862','eppler862','mh126','eppler857','eppler856',...
    'eppler855','eppler854','eppler853','eppler852','eppler851','mhetip','mh120'};

% Single Point Design
method='prandtl';
[p_design]=prop_design(inputs,method,control);

plot_blade_3d(control,p_design)
plot_blade_chord(inputs,p_design,control)
plot_design_parameter(inputs, control, p_design)

%% Off-Design Condition
% This section aims to calculate the performance of the propeller designed
% in the previous section at other flight and engine-power conditions

V_p=10:5:150; % [m/s] Forward speed
delta_beta=-10:2:10;
J=V_p/(inputs.n*inputs.D);
delta_beta=[-15 -10 -5 -0 5 10 15];

for j=1:length(delta_beta)
    beta_design_dB=p_design.beta+delta_beta(j);

    for i=1:length(V_p)
        disp(['Analyzing performance for blade angle of ',...
            num2str(delta_beta(j)),' degrees and forward velocity of V=',...
            num2str(V_p(i)),'m/s.']);
        [performance]=...
            prop_analysis(inputs,p_design,V_p(i),beta_design_dB,control);
        p_performance.c_T_ind(i,j)=performance.c_T_ind;
        p_performance.c_P_ind(i,j)=performance.c_P_ind;
        p_performance.eff_ind(i,j)=performance.eff_ind;
        p_performance.c_T(i,j)=performance.c_T;
        p_performance.c_P(i,j)=performance.c_P;
        p_performance.eff(i,j)=performance.eff;
    end
end

plot_prop_performance(J,delta_beta,p_performance)
```

6.1.2 Função prop_design

```
function [p_design]=prop_design(inputs,method,control)
% PROPELLER DESIGN Single point condition design
% Calculates optimum efficiency and blade planform for a single point
% design chosen
%
%% Organization:
% Inputs:
% inputs. [struct]
% n [rps] Rotational velocity
% P [W] Engine power
% V [m/s] Axial velocity
% B [units] Number of blades
```

6.1 Projeto da Hélice

```

%      rho      [kg/m^3]      Air density
%      D        [m]         Design diameter
%
%      method   [string]    Circulation distribution method
%      control.
%      span_elem [num]      Blade discretization
%      pos      [array]     Control positions
%      station  [array]     Control station (array position)
%      profiles [string]    Profiles for control each position
%
% Outputs:
%      p_design. [struct]
%      eff       [adim]     Total efficiency (induced and profile losses)
%      eff_ind   [adim]     Induced efficiency (induced losses only)
%      J_0       [adim]     Geometric advance ratio
%      J         [adim]     Design advance ratio
%      J_wake    [adim]     Wake advance ratio
%      w_adim    [adim]     Wake displacement velocity
%      c_T       [adim]     Design thrust coefficient
%      c_P       [adim]     Design power coefficient
%      c_T_ind   [adim]     Induced thrust coefficient
%      c_P_ind   [adim]     Induced power coefficient
%      sigma     [adim]     Design solidity distribution
%      chord     [adim]     Design chord distribution
%      cL        [adim]     Design lift coefficient distribution
%      cD        [adim]     Design drag coefficient distribution
%      alpha     [adim]     Design angle of attack distribution
%      beta      [adim]     Design blade angle distribution
%
%% Code:

% Defining global variables
global n, n=inputs.n;
global V, V=inputs.V;
global B, B=inputs.B;
global P, P=inputs.P;
global rho, rho=inputs.rho;
global mu, mu=inputs.mu;
global a, a=inputs.a;
global D, D=inputs.D;
global hub, hub=inputs.hub;
global R, R=D/2;

% Geometric advance ratio
p_design.J_0=V/(n*D);

%% Power coefficient matching and wake induced velocity

% Range of induced velocities and its parameters
w_adim=[0:0.01:0.9];
% Wake advance ratio
J_wake=p_design.J_0*(1+w_adim);
% Mass coefficient
k=J2k(J_wake);
% Axial loss factor
for i=1:length(k)
eps_k(i)=kJ2epsk(k(i),J_wake(i));
end
% Power coefficient
c_P=(2*k'.*w_adim.*(w_adim+1)).*(eps_k.*w_adim+1);

% Design total power coefficient
c_P_total_design=P/(0.5*rho*V^3*pi*R^2);

```

6 Anexos

```

% Interpolation to find w_adim that matches total power coefficient
p_design.w_adim=interp1(c_P,w_adim,c_P_total_design);

% Design advance ratios
p_design.J=p_design.J_0*(1+0.5*p_design.w_adim);
p_design.J_wake=p_design.J_0*(1+p_design.w_adim);
% Design mass coefficient and axial loss factor
k_design=J2k(p_design.J_wake);
eps_k_design=kJ2epsk(k_design,p_design.J_wake);
% Design power coefficient check
c_P_design=(2*k_design*p_design.w_adim*(p_design.w_adim+1))*(eps_k_design*p_design.w_adim+1);

%% Rotor optimum blade loading

% Defining blade discretization
global x;
r=[0:R/control.span_elem:R];          % [m] Radial coordinates
x=r/R;                                  % [adim] Radial coordinates
dx=1/control.span_elem;

% True wind angle, circulation and sigma-cL product distribution
global W;
for i=1:length(x)
    phi(i) = atan(1/pi*p_design.J_0*(1+0.5*p_design.w_adim)/x(i));
    phi_deg(i) = phi(i)*180/pi;
    switch method
        case 'goldstein'
            K(i) = goldstein_circ(x(i),p_design.J_wake);
        case 'prandtl'
            K(i) = prandtl_circ(x(i),p_design.J);
    end
    W(i)=V*(1+0.5*p_design.w_adim*cos(phi(i))^2)/sin(phi(i));
    sigma_cL(i)=2*p_design.w_adim*K(i)*F(p_design.w_adim,phi(i));
end

figure
plot(x,W);
xlabel('x=r/R');
ylabel('True Wind Speed Distribution');

figure
plot(x,sigma_cL);
xlabel('x=r/R');
ylabel('\sigma*c_L Distribution');

%% Blade design

% Blade design function
[sigma,chord,cL,cD,alpha,beta,Re,M]=blade_design(phi_deg,sigma_cL,control);

% Defining outputs
p_design.sigma=sigma;
p_design.chord=chord;
p_design.cL=cL;
p_design.cD=cD;
p_design.alpha=alpha;
p_design.beta=beta;
p_design.Re=Re;
p_design.M=M;

%% Efficiency Calculations by Borst

% Hub position
pos.hub=round(hub*control.span_elem);

```

6.1 Projeto da Hélice

```

% Calculation of Induced Efficiency (gamma=0)
c_T_ind=0;
c_Q_ind=0;
for i=pos.hub:length(x)
    gamma=0;
    Z=(pi*x(i)^2*p_design.J_0^2/8)*((1+p_design.w_adim*(cos(phi(i)))^2)/sin(phi(i)))...
        ^2*sin(phi(i));
    c_T_ind=c_T_ind+sigma(i)*cL(i)*2*Z*(cot(phi(i))-tan(gamma))/x(i)*dx;
    c_Q_ind=c_Q_ind+sigma(i)*cL(i)*Z*(1+tan(gamma)/tan(phi(i)))*dx;
end
p_design.c_P_ind=2*pi*c_Q_ind;
p_design.c_T_ind=c_T_ind;
% Induced Efficiency
p_design.eff_ind=p_design.J_0*p_design.c_T_ind/p_design.c_P_ind;

% Calculation of Total Efficiency (with profile losses)
c_T=0;
c_Q=0;
for i=pos.hub:length(x)
    gamma=atan(cD(i)/cL(i));
    Z=(pi*x(i)^2*p_design.J_0^2/8)*((1+p_design.w_adim*(cos(phi(i)))^2)/sin(phi(i)))...
        ^2*sin(phi(i));
    c_T=c_T+sigma(i)*cL(i)*2*Z*(cot(phi(i))-tan(gamma))/x(i)*dx;
    c_Q=c_Q+sigma(i)*cL(i)*Z*(1+tan(gamma)/tan(phi(i)))*dx;
end
c_P=2*pi*c_Q;
p_design.c_T=c_T; p_design.c_P=c_P;
% Total efficiency
p_design.eff=p_design.J_0*c_T/c_P;

%% Efficiency Calculations by Crigler

% % Induced thrust coefficient
% c_g_design=2*k_design*w_adim_design*(1+w_adim_design*(0.5+eps_k_design));
%
% % Power-mass coeff ratio
% P_k_ratio=P_c_design/k_design;
%
% % Induced efficiency
% eff_ind=c_g_design/P_c_design;
%
% % Drag Effect on efficiency
% t_r=0;
% t_a=0;
% for i=1:length(x)
%     t_r=t_r+sigma(i)*cD(i)/sin(phi(i))*x(i)^3*dx;
%     t_a=t_a+sigma(i)*cD(i)/sin(phi(i))*x(i)*dx;
% end
% t_a=t_a*2;
% t_r=t_r*2/(J_0/pi);
%
% % Net thrust coefficient
% c_g_T=c_g_design-t_a;
%
% % Power coefficient
% P_c_T=P_c_design+t_r;
%
% % Efficiency
% eff=c_g_T/P_c_T;

end

```

6 Anexos

6.1.3 Função J2k

```
function k=J2k(J)
% J2k Calculates mass coefficient k for a given advance ratio J
%
%% Organization:
% Inputs:
%   J      [adim]      Advance ratio
%
% Outputs:
%   k      [adim]      Mass coefficient
%
%% Code:
% Loading graph data
kvsJ_data=csvread('kvsJ.csv',1,0);
J_kvsJ_data=kvsJ_data(:,2);
k_kvsJ_data=kvsJ_data(:,3);

% Using rational fit to create interpolated function
[kvsJ] = rationalfit(J_kvsJ_data,k_kvsJ_data);

% Calculating k
k=kvsJ(J);

end
```

6.1.4 Função kJ2epsk

```
function eps_k=kJ2epsk(k,J)
% kJ2epsk Calculates eps/k for a given advance ratio J and mass coefficient
%
%% Organization:
% Inputs:
%   eps_k   [adim]      Axial loss factor to mass coefficient ratio
%
% Outputs:
%   k       [adim]      Mass coefficient
%   J       [adim]      Advance ratio
%
%% Code:
% Loading graph data
kvsJ_data=csvread('kvsJ.csv',1,0);
J_kvsJ_data=kvsJ_data(:,2);
k_kvsJ_data=kvsJ_data(:,3);

% Using rational fit to create interpolated function
[kvsJ] = rationalfit(J_kvsJ_data,k_kvsJ_data);

% Differentiating previous function
dk_dJ=differentiate(kvsJ,[0:0.1:5]);
dk_dlamb=dk_dJ*pi;
lamb=[0:0.1:5]/pi;

% Calculating eps/k
eps_k=1+0.5*J/(pi*k)*interp1(lamb,dk_dlamb,J/pi);

end
```

6.1.5 Função rationalfit

6.1 Projeto da Hélice

```
function [x2y] = rationalfit(x,y)
% CREATEFIT(x,y)
% Create a fit.
%
% Data for 'x2y' fit:
%   X Input : x
%   Y Output: y
% Output:
%   fitresult : a fit object representing the fit.
%   gof : structure with goodness-of fit info.
%
% Auto-generated by MATLAB on 31-Oct-2015 18:13:42
%
%% Fit: 'x2y'.
[xData, yData] = prepareCurveData( x, y );

% Set up fittype and options.
ft = fittype( 'rat22' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
opts.Robust = 'Bisquare';
opts.StartPoint = [0.765516788149002 0.795199901137063 0.186872604554379 ...
    0.489764395788231 0.445586200710899];

% Fit model to data.
[x2y, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
```

6.1.6 Função prandtl_circ

```
function K=prandtl_circ(x,J)
% PRANDTL CIRCULATION MODEL Calculates circulation with Prandtl model
% Calculates at a determined radius  $x=r/R$  for a number of blades  $B$  and
% advance ratio  $J=V/nD$ 
%
%% Organization:
% Inputs:
% x      [adim]      Radial coordinate ( $x=r/R$ )
% J      [adim]      Advance ratio at the wake
% B      [units]     Number of blades
%
% Outputs:
% K      [adim]      Circulation factor
%
%% Code:

% Calling global variable
global B

% Geometric advance ratio
lamb=J/pi;

% Tip loss function
f=B/2*((lamb^2+1)^0.5/lamb)*(1-x);
F=2/pi*acos(exp(-f));

% Circulation
X=x/lamb;
K=F*X^2/(1+X^2);

end
```

6 Anexos

6.1.7 Função goldstein_circ

```
function K=goldstein_circ(x,J_wake)
% GOLDSTEIN CIRCULATION FACTOR Loads (corrected) Goldstein factor K against
% advance ratio at the wake (J_wake).
%
% Code to interpolate circulation data related to advance ratio J and
% adimensional radial coordinate x=r/R.
% Data calculated by Crigler (1948), using a extrapolation of a method
% developed by Lock (1935);
% Graph digitized using digitalize2.m (A. Prasad,2009)
%
% References:
% CRIGLER, J. L. Application of Theodorsen's Theory to Propeller
% Design. NACA REPORT 924, 1948.
% LOCK, C. N. H; YEATMAN, D. Tables for Use in an Inproved Method of
% Airscrew Strip Theory Calculation. R. & M. No. 1674, British A. R. C.,
% 1935.
%
%% Organization:
% Inputs:
% x      [adim]      Radial coordinate (x=r/R)
% J_wake [adim]      Advance ratio at the wake
%
% Outputs:
% K      [adim]      Circulation factor
%
%% Code:
% Loading graph data and curve fitting

KJ6B2R=csvread('KJ6B2R.csv',1,1);
J_KJ6B2R=KJ6B2R(:,1);
K_KJ6B2R=KJ6B2R(:,2);
[J2K6B2R]=rationalfit(J_KJ6B2R,K_KJ6B2R);

KJ6B3R=csvread('KJ6B3R.csv',1,1);
J_KJ6B3R=KJ6B3R(:,1);
K_KJ6B3R=KJ6B3R(:,2);
[J2K6B3R]=rationalfit(J_KJ6B3R,K_KJ6B3R);

KJ6B45R=csvread('KJ6B45R.csv',1,1);
J_KJ6B45R=KJ6B45R(:,1);
K_KJ6B45R=KJ6B45R(:,2);
[J2K6B45R]=rationalfit(J_KJ6B45R,K_KJ6B45R);

KJ6B6R=csvread('KJ6B6R.csv',1,1);
J_KJ6B6R=KJ6B6R(:,1);
K_KJ6B6R=KJ6B6R(:,2);
[J2K6B6R]=rationalfit(J_KJ6B6R,K_KJ6B6R);

KJ6B7R=csvread('KJ6B7R.csv',1,1);
J_KJ6B7R=KJ6B7R(:,1);
K_KJ6B7R=KJ6B7R(:,2);
[J2K6B7R]=rationalfit(J_KJ6B7R,K_KJ6B7R);

KJ6B8R=csvread('KJ6B8R.csv',1,1);
J_KJ6B8R=KJ6B8R(:,1);
K_KJ6B8R=KJ6B8R(:,2);
[J2K6B8R]=rationalfit(J_KJ6B8R,K_KJ6B8R);

KJ6B95R=csvread('KJ6B95R.csv',1,1);
J_KJ6B95R=KJ6B95R(:,1);
```

6.1 Projeto da Hélice

```

K_KJ6B95R=KJ6B95R(:,2);
[J2K6B95R]=rationalfit(J_KJ6B95R,K_KJ6B95R);

%% Data 3-D interpolation

J_grid=[0.5:0.05:3]';
x_grid=ones(length(J_grid),1);
x_values=[0,0.2,0.3,0.45,0.6,0.7,0.8,0.95,1];

xJK=[ [x_values(1)*x_grid,   J_grid,   zeros(length(J_grid),1)   ];
      [x_values(2)*x_grid,   J_grid,   J2K6B2R(J_grid)         ];
      [x_values(3)*x_grid,   J_grid,   J2K6B3R(J_grid)         ];
      [x_values(4)*x_grid,   J_grid,   J2K6B45R(J_grid)        ];
      [x_values(5)*x_grid,   J_grid,   J2K6B6R(J_grid)         ];
      [x_values(6)*x_grid,   J_grid,   J2K6B7R(J_grid)         ];
      [x_values(7)*x_grid,   J_grid,   J2K6B8R(J_grid)         ];
      [x_values(8)*x_grid,   J_grid,   J2K6B95R(J_grid)        ];
      [x_values(9)*x_grid,   J_grid,   zeros(length(J_grid),1)   ];

K=griddata(xJK(:,1),xJK(:,2),xJK(:,3),x,J_wake,'cubic');

end

```

6.1.8 Função F

```

function f=F(w_adim,phi)
% F calculates part of the circulation function
%
%% Organization:
% Inputs:
%   w_adim    [adim]    Induced velocity ratio
%   phi       [rad]     True wind angle
%
% Outputs:
%   f         [adim]    Loading factor
%
%% Code:

% f calculation
f=(1+w_adim)*(sin(phi))^2/...
    ((1+0.5*w_adim)*(1+0.5*w_adim*(cos(phi))^2)*cos(phi));

end

```

6.1.9 Função blade_design

```

function [sigma,chord,cL,cD,alpha,beta,Re,M]=blade_design(phi_deg,sigma_cL,control)
% BLADE STATION PARAMETERS Calculates aerodynamic and planform data along
% the blade
%
%% Organization:
% Inputs:
%   phi_deg   [deg]     true wind angle at each blade station
%   sigma_cL  [adim]    solidity-cL product at each blade station
%   control.  [struct]
%
% Outputs:
%   sigma     [adim]    solidity at each station
%   chord     [adim]    chord-to-Radius ratio at each station
%   cL        [adim]    lift coefficient at each station

```

6 Anexos

```
%      cD      [adim]      drag coefficient at each station
%      alpha   [deg]      angle of attack at each station
%      beta    [deg]      blade angle at each station
%      Re      [adim]      Reynolds number at each station
%      M       [adim]      Mach number at each station
%
%% Code:
% Profile optimization for control stations

% Loading global variables
global x;
global R;
global B;
global W;

for i=1:length(control.pos)
    [control.cL(i),control.cD(i),control.alpha(i),control.Re(i),control.M(i)]=...
        optimise_profile(x(control.station(i)),W(control.station(i)),...
            sigma_cL(control.station(i)),i,control.profiles(i));
end

control.cL;
control.cD;
control.alpha;

% Interpolation for other stations
cL=interpn(control.pos,control.cL,x,'linear');
cD=interpn(control.pos,control.cD,x,'linear');
alpha=interpn(control.pos,control.alpha,x,'linear');
Re=interpn(control.pos,control.Re,x,'linear');
M=interpn(control.pos,control.M,x,'linear');

% Blade twist distribution
for i=1:length(x)
    beta(i)=alpha(i)+phi_deg(i);
end

% Chord distribution
for i=1:length(x)
    sigma(i)=sigma_cL(i)/cL(i);
    chord(i)=pi*x(i)*2*sigma(i)*R/B;
end

% Plotting Blade
figure
subplot(2,3,1);
plotyy(x,cL,x,cD,'plot','plot');
legend('c_L','c_D');
xlabel('x=r/R');
ylabel('Lift and Drag Coefficients');

subplot(2,3,2);
plot(x,phi_deg,x,beta);
legend('\phi','\beta');
xlabel('x=r/R');
ylabel('True wind angle and blade angle');

subplot(2,3,3);
plot(x,alpha);
legend('\alpha');
xlabel('x=r/R');
ylabel('Angle of attack');
```

6.1 Projeto da Hélice

```
subplot(2,3,4);
plot(x,chord);
xlabel('x=r/R');
ylabel('Chord Distribution [m]');

subplot(2,3,5);
plot(x,sigma);
xlabel('x=r/R');
ylabel('Solidity (\sigma) Distribution');

subplot(2,3,6);
plotyy(x,Re,x,M);
xlabel('x=r/R');
legend('Re','M');
ylabel('Reynolds and Mach Distribution');

end
```

6.1.10 Função optimise_profile

```
function [cL,cD,alpha,Re,M]=optimise_profile(x,W,sigma_cL,i,profile)
% OPTIMIZE PROFILE Pick optimum profile and angle of attack for a determined
% blade station
%
%% Organization:
% Inputs:
% i          []          control position
% x          [adim]     section adimensional position
% W          [m/s]      section true wind speed
% sigma_cL  [adim]     section load coefficient
% profile   [string]   section airfoil profile
%
% Outputs:
% cL        [adim]     optimized section lift coefficient
% cD        [adim]     optimized section drag coefficient
% alpha     [deg]      optimized section angle of attack
% Re        [adim]     optimized section Reynolds number
% M         [deg]      optimized section Mach number
%
%% Code:

global D;
global B;
global rho;
global mu;
global a;
W
a
% Mach at section
M=W/a;

% Find critical cP for this Mach
Cp_Crit=critical_cp(M);

% Minimum chord value constraint
b_min=0.05;
cL_max=D*pi*sigma_cL*x/(b_min*B);

% Maximum chord value constraint
b_max=0.15;
cL_min=D*pi*sigma_cL*x/(b_max*B);
```

6 Anexos

```
% Section Reynolds approximation
% (considering cL around 0.5 and 0.05m minimum chord)
cL_med=0.5;
b_Re=D*pi*sigma_cL*x/(B*cL_med);
b=max([b_Re, b_min]);
Re=W*b*(rho/mu)

% Showing control number and profile
disp(['Control station number ', num2str(i), ' optimisation.'])
disp(['Control profile ', profile , ' optimisation.'])

% Loading XFOIL data
[alpha_data,cL_data,cD_data,cM_data,cPmin_data]=load_xfoil(profile,Re,M);

% Manual or Auto Optimisation
prompt = 'Choose angle of attack (alpha) manually (1) or to maximize CL/CD automatically (2)?';
answer = input(prompt)

if answer==1

    % Max cL/CD calculation
    cLcD=cL_data./cD_data;
    [max_cLcD,I]=max(cLcD);

    % Designer plots
    figure
    subplot(2,2,1)
    plot(alpha_data,cL_data,[-3 15],[cL_max cL_max],[-3 15],[cL_min cL_min]);
    xlabel('\alpha')
    ylabel('Lift Coefficient')
    legend('c_L','c_L_{max}','c_L_{min}')
    axis tight
    grid on

    subplot(2,2,2)
    plot(alpha_data,cD_data)
    xlabel('\alpha')
    ylabel('Drag Coefficient')
    axis tight
    grid on

    subplot(2,2,3)
    plot(alpha_data,cLcD,'r-',alpha_data(I),max_cLcD,'b*')
    xlabel('\alpha')
    ylabel('c_L/c_D')
    legend('c_L/c_D','(c_L/c_D)_{max}')
    axis tight
    grid on

    subplot(2,2,4)
    plot(alpha_data,cPmin_data,'r-',[-3 15],[Cp_Crit Cp_Crit],'b-')
    xlabel('\alpha')
    ylabel('Pressure Coefficient')
    legend('c_P_{min}','c_P_{crit}')
    axis tight
    grid on

    % Manual choice of angle of attack
    prompt2 = 'What is the chosen AoA (-3:0.5:15 degrees)?';
    manual_alpha = input(prompt2);
    I=find(abs(alpha_data-manual_alpha)<0.1);
    if numel(I) == 0
        prompt2 = 'No data for the previous AoA, choose another AoA.';
```

6.1 Projeto da Hélice

```
        manual_alpha = input(prompt2);
        I=find(abs(alpha_data-manual_alpha)<0.1);
    end
    close

else
    % Max cL/cD calculation
    cLcD=cL_data./cD_data;
    [max_cLcD, I]=max(cLcD);
    M;
    Cp_Crit;
    cPmin_data(I);

    % cP minimum constraint
    if cPmin_data(I) < Cp_Crit
        [cP_min, I]=max(cPmin_data);
        pause(0.01);
        disp(['Critical Mach conditio at pos ', num2str(pos), ', x=', num2str(x), '.']);
    end
end

cL=cL_data(I);
cD=cD_data(I);
alpha=alpha_data(I);

end
```

6.1.11 Função critical_cp

```
function cP_crit=critical_cp(M)
% CRITICAL CP Calculates critical minimum pressure coefficient for
% determined Mach number
%
%% Organization:
% Inputs:
% M          [adim]      Mach number
%
% Outputs:
% cP_crit    [adim]      Mininum critical cP
%
%% Code:

% Heat capacity ratio
gamma=1.4;

% Critical cP calculation
cP_crit=(2/(gamma*M^2))*((2+(gamma-1)*M^2)/(gamma+1)^(gamma/(gamma-1))-1);

end
```

6.1.12 Função load_xfoil

```
function [alpha, Cl, Cd, Cm, Cpmin]=load_xfoil(profile, Re, M)
%% LOAD PROFILE Loads profile aerodynamics from XFoil
% Uses Reynolds and Mach numbers to load aerodynamics from a determined
% profile
%
%% Organization:
% Inputs:
% profile    [string]    Airfoil section
```

6 Anexos

```
% Re          [adim]      Reynolds number
% M           [adim]      Mach number
%
% Outputs:
% alpha       [deg]       section angle of attack
% cL          [adim]      section lift coefficient
% cD          [adim]      section drag coefficient
% cM          [adim]      section moment coefficient
% cPmin       [adim]      section minimum pressure coefficient
%
%% Code

arquivo = [profile '-Re' num2str(Re,2) '-M' num2str(M,2) '.txt'];

% Defining angle of attack range and step
aseq='-3 15 0.5';

if ~exist(['Perfis\' arquivo], 'file')

    cd('Perfis')

    arquivoCmd = fopen('cmdXfoil.txt','wt');
    fprintf(arquivoCmd,['load ' profile '.dat\n\n']);
    fprintf(arquivoCmd,'pane\n');
    fprintf(arquivoCmd,'oper\n');
    fprintf(arquivoCmd,'iter 100\n');
    fprintf(arquivoCmd,['visc ' num2str(Re,2) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,['mach ' num2str(M,2) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,'a 0\n');
    fprintf(arquivoCmd,'a -2\n');
    fprintf(arquivoCmd,'a -3\n');
    fprintf(arquivoCmd,'cinc\n');
    fprintf(arquivoCmd,'pacc\n');
    fprintf(arquivoCmd,[arquivo '\n']);
    fprintf(arquivoCmd,'\n');
    fprintf(arquivoCmd,'init\n');
    fprintf(arquivoCmd,['aseq ' aseq ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,'pacc\n');
    fprintf(arquivoCmd,'\n');
    fprintf(arquivoCmd,'quit\n');
    fclose(arquivoCmd);

    system('xfoil < cmdXfoil.txt');

    system('del cmdXfoil.txt');

    cd('..')

end

file = fopen(['Perfis\' arquivo]);
temp = fgets(file);
while ischar(temp)
    if ~isempty(strfind(temp,'---'))
        break
    end
    temp = fgets(file);
end

data = [];
temp = fgets(file);
while ischar(temp)
    data = [data; temp];
end
```

6.1 Projeto da Hélice

```
        temp = fgets(file);  
end  
  
fclose(file);  
  
data = str2num(data);  
  
data(any(isnan(data),2),:) = [];  
  
alpha = data(:,1);  
Cl = data(:,2);  
Cd = data(:,3);  
Cm = data(:,5);  
Cpmin = data(:,6);  
  
end
```

6 Anexos

6.2 Performance da Hélice

6.2.1 Função prop_design

```
function [p_design]=prop_design(inputs,method,control)
% PROPELLER DESIGN Single point condition design
% Calculates optimum efficiency and blade planform for a single point
% design chosen
%
%% Organization:
% Inputs:
%   inputs.                [struct]
%       n                  [rps]      Rotational velocity
%       P                  [W]        Engine power
%       V                  [m/s]     Axial velocity
%       B                  [units]    Number of blades
%       rho                [kg/m^3]  Air density
%       D                  [m]       Design diameter
%
%   method                 [string]   Circulation distribution method
%   control.
%       span_elem         [num]      Blade discretization
%       pos               [array]    Control positions
%       station           [array]    Control station (array position)
%       profiles          [string]   Profiles for control each position
%
% Outputs:
%   p_design.             [struct]
%       eff               [adim]     Total efficiency (induced and profile losses)
%       eff_ind           [adim]     Induced efficiency (induced losses only)
%       J_0               [adim]     Geometric advance ratio
%       J                 [adim]     Design advance ratio
%       J_wake            [adim]     Wake advance ratio
%       w_adim           [adim]     Wake displacement velocity
%       c_T               [adim]     Design thrust coefficient
%       c_P               [adim]     Design power coefficient
%       c_T_ind           [adim]     Induced thrust coefficient
%       c_P_ind           [adim]     Induced power coefficient
%       sigma             [adim]     Design solidity distribution
%       chord             [adim]     Design chord distribution
%       cL                [adim]     Design lift coefficient distribution
%       cD                [adim]     Design drag coefficient distribution
%       alpha             [adim]     Design angle of attack distribution
%       beta              [adim]     Design blade angle distribution
%
%% Code:

% Defining global variables
global n, n=inputs.n;
global V, V=inputs.V;
global B, B=inputs.B;
global P, P=inputs.P;
global rho, rho=inputs.rho;
global mu, mu=inputs.mu;
global a, a=inputs.a;
global D, D=inputs.D;
global hub, hub=inputs.hub;
global R, R=D/2;

% Geometric advance ratio
p_design.J_0=V/(n*D);
```

6.2 Performance da Hélice

```

%% Power coefficient matching and wake induced velocity

% Range of induced velocities and its parameters
w_adim=[0:0.01:0.9];
% Wake advance ratio
J_wake=p_design.J_0*(1+w_adim);
% Mass coefficient
k=J2k(J_wake);
% Axial loss factor
for i=1:length(k)
eps_k(i)=kJ2epsk(k(i),J_wake(i));
end
% Power coefficient
c_P=(2*k'.*w_adim.*(w_adim+1)).*(eps_k.*w_adim+1);

% Design total power coefficient
c_P_total_design=P/(0.5*rho*V^3*pi*R^2);
% Interpolation to find w_adim that matches total power coefficient
p_design.w_adim=interp1(c_P,w_adim,c_P_total_design);

% Design advance ratios
p_design.J=p_design.J_0*(1+0.5*p_design.w_adim);
p_design.J_wake=p_design.J_0*(1+p_design.w_adim);
% Design mass coefficient and axial loss factor
k_design=J2k(p_design.J_wake);
eps_k_design=kJ2epsk(k_design,p_design.J_wake);
% Design power coefficient check
c_P_design=(2*k_design*p_design.w_adim*(p_design.w_adim+1)).*(eps_k_design*p_design.w_adim+1);

%% Rotor optimum blade loading

% Defining blade discretization
global x;
r=[0:R/control.span_elem:R];           % [m] Radial coordinates
x=r/R;                                  % [adim] Radial coordinates
dx=1/control.span_elem;

% True wind angle, circulation and sigma-cL product distribution
global W;
for i=1:length(x)
phi(i) = atan(1/pi*p_design.J_0*(1+0.5*p_design.w_adim)/x(i));
phi_deg(i) = phi(i)*180/pi;
switch method
case 'goldstein'
K(i) = goldstein_circ(x(i),p_design.J_wake);
case 'prandtl'
K(i) = prandtl_circ(x(i),p_design.J);
end
W(i)=V*(1+0.5*p_design.w_adim*cos(phi(i))^2)/sin(phi(i));
sigma_cL(i)=2*p_design.w_adim*K(i)*F(p_design.w_adim,phi(i));
end

figure
plot(x,W);
xlabel('x=r/R');
ylabel('True Wind Speed Distribution');

figure
plot(x,sigma_cL);
xlabel('x=r/R');
ylabel('\sigma*c_L Distribution');

```

6 Anexos

```

%% Blade design

% Blade design function
[sigma, chord, cL, cD, alpha, beta, Re, M]=blade_design(phi_deg, sigma_cL, control);

% Defining outputs
p_design.sigma=sigma;
p_design.chord=chord;
p_design.cL=cL;
p_design.cD=cD;
p_design.alpha=alpha;
p_design.beta=beta;
p_design.Re=Re;
p_design.M=M;

%% Efficiency Calculations by Borst

% Hub position
pos.hub=round(hub*control.span_elem);

% Calculation of Induced Efficiency (gamma=0)
c_T_ind=0;
c_Q_ind=0;
for i=pos.hub:length(x)
    gamma=0;
    Z=(pi*x(i)^2*p_design.J_0^2/8)*((1+p_design.w_adim*(cos(phi(i)))^2)/sin(phi(i)))...
        ^2*sin(phi(i));
    c_T_ind=c_T_ind+sigma(i)*cL(i)*2*Z*(cot(phi(i))-tan(gamma))/x(i)*dx;
    c_Q_ind=c_Q_ind+sigma(i)*cL(i)*Z*(1+tan(gamma)/tan(phi(i)))*dx;
end
p_design.c_P_ind=2*pi*c_Q_ind;
p_design.c_T_ind=c_T_ind;
% Induced Efficiency
p_design.eff_ind=p_design.J_0*p_design.c_T_ind/p_design.c_P_ind;

% Calculation of Total Efficiency (with profile losses)
c_T=0;
c_Q=0;
for i=pos.hub:length(x)
    gamma=atan(cD(i)/cL(i));
    Z=(pi*x(i)^2*p_design.J_0^2/8)*((1+p_design.w_adim*(cos(phi(i)))^2)/sin(phi(i)))...
        ^2*sin(phi(i));
    c_T=c_T+sigma(i)*cL(i)*2*Z*(cot(phi(i))-tan(gamma))/x(i)*dx;
    c_Q=c_Q+sigma(i)*cL(i)*Z*(1+tan(gamma)/tan(phi(i)))*dx;
end
c_P=2*pi*c_Q;
p_design.c_T=c_T; p_design.c_P=c_P;
% Total efficiency
p_design.eff=p_design.J_0*c_T/c_P;

%% Efficiency Calculations by Crigler

% % Induced thrust coefficient
% c_g_design=2*k_design*w_adim_design*(1+w_adim_design*(0.5+eps_k_design));
%
% % Power-mass coeff ratio
% P_k_ratio=P_c_design/k_design;
%
% % Induced efficiency
% eff_ind=c_g_design/P_c_design;
%
% % Drag Effect on efficiency
% t_r=0;
% t_a=0;

```

6.2 Performance da Hélice

```

% for i=1:length(x)
%     t_r=t_r+sigma(i)*cD(i)/sin(phi(i))*x(i)^3*dx;
%     t_a=t_a+sigma(i)*cD(i)/sin(phi(i))*x(i)*dx;
% end
% t_a=t_a*2;
% t_r=t_r*2/(J_0/pi);
%
% % Net thrust coefficient
% c_g_T=c_g_design-t_a;
%
% % Power coefficient
% P_c_T=P_c_design+t_r;
%
% % Efficiency
% eff=c_g_T/P_c_T;
end

```

6.2.2 Função off_design_V

```

function [cL,cD,alpha,phi,w_adim]=off_design_V(x,sigma,beta,profile,Re,M)
% OFF-DESIGN AERODYNAMICS Finds induced velocity and aerodynamic coefficients
% for a given off-design condition
%
%% Organization:
% Inputs:
%   x           [adim]   Radial coordinate (x=r/R)
%   sigma       [adim]   Solidity
%   beta        [deg]    Blade angle
%   profile     [string]  Airfoil section
%   Re          [adim]   Reynolds number
%   M           [adim]   Mach number
%
% Outputs:
%   cL          [adim]   Lift coefficient
%   cD          [adim]   Drag coefficient
%   alpha       [deg]    Angle of attack
%   phi         [rad]    True wind angle
%   w_adim     [adim]   Induced velocity ratio
%
%% Code:
% Initial Setup

global J

% Iteration parameters
max_error=0.01;

% Guessing station induced velocity
w_adim_guess=[0.001:0.001:0.01, 0.02:0.01:0.1, 0.12:0.02:1, 1:0.1:3];

for i=1:length(w_adim_guess)
% True wind angle
w_adim_guess(i);
phi_guess(i)=atan(J*(1+w_adim_guess(i))/(pi*x));
phi_guess_deg(i)=phi_guess(i)*180/pi;
% Advance ratio on the wake
J_wake=J*(1+w_adim_guess(i));
% Circulation
K(i)=prandtl_circ(x,J);
% Aerodynamic loading
f=F(w_adim_guess(i),phi_guess(i));

```

6 Anexos

```
sigma_cL_guess(i)=2*w_adim_guess(i)*f*K(i);
% Gessed lift coefficient and angle of attack
cL_guess(i)=sigma_cL_guess(i)/sigma;
alpha_guess(i)=beta-phi_guess_deg(i);
% Check coefficients at gessed angle of attack
[cL_d,cD_d]=check_aero(profile,Re,M,alpha_guess(i));
cL_xfoil(i)=cL_d;
cD_xfoil(i)=cD_d;
error(i)=abs((cL_xfoil(i)-cL_guess(i))/cL_xfoil(i));
end
% figure
% subplot(2,3,1)
% plot(w_adim_guess,phi_guess_deg);
% ylabel('\phi [deg]');
% xlabel(['w_{adim} at x=',num2str(x)]);
%
% subplot(2,3,2)
% plot(w_adim_guess,sigma_cL_guess);
% ylabel('\sigma*c_L');
% xlabel(['w_{adim} at x=', num2str(x)]);
%
% subplot(2,3,3)
% plot(w_adim_guess,K);
% ylabel('K');
% xlabel(['w_{adim} at x=', num2str(x)]);
%
% subplot(2,3,4)
% plot(w_adim_guess,error);
% ylabel('error');
% xlabel(['w_{adim} at x=', num2str(x)]);
%
% subplot(2,3,5)
% plot(w_adim_guess,cL_guess,w_adim_guess,cL_xfoil);
% ylabel('c_L');
% xlabel(['w_{adim} at x=', num2str(x)]);
% legend('Gessed c_L', 'XFoil c_L');
%
% subplot(2,3,6)
% plot(w_adim_guess,alpha_guess);
% ylabel('\alpha');
% xlabel(['w_{adim} at x=', num2str(x)]);

[min_error,I]=min(error);
% Outputs values
cL=cL_xfoil(I);
cD=cD_xfoil(I);
alpha=alpha_guess(I);
phi=phi_guess(I);
w_adim=w_adim_guess(I);
```

end

6.2.3 Função check_aero

```
function [cL,cD]=check_aero(profile,Re,M,alpha_guess)
%% CHECK AERO Interpolate profile aerodynamics from XFoil
% Uses data from XFoil to find cL and cD for a given profile at defined Re,
% M and angle of attack
%
%% Organization:
% Inputs:
% profile [string] Airfoil section
```

6.2 Performance da Hélice

```
% Re [adim] Reynolds number
% M [adim] Mach number
% alpha_guess [deg] Angle of attack to be checked
%
% Outputs:
% cL [adim] Lift coefficient for alpha_guess
% cD [adim] Drag coefficient for alpha_guess
%
%% Code
if M <= 0.55
    alpha_min=-5;
    alpha_max=+25;
    alpha_step=0.5;
elseif 0.55 < M <=0.65
    alpha_min=-5;
    alpha_max=10;
    alpha_step=0.5;
else
    alpha_min=-3;
    alpha_max=10;
    alpha_step=0.5;
end

alpha_range=...
    [num2str(alpha_min) ' ' num2str(alpha_max) ' ' num2str(alpha_step)];

[alpha_data,cL_data,cD_data,cM_data,cPmin_data]=...
    load_xfoil_alpha(profile,Re,M,alpha_min,alpha_range);

if alpha_min <= alpha_guess & alpha_guess <= alpha_max
    %Interpolation
    cL=interp1(alpha_data,cL_data,alpha_guess,'pchip');
    cD=interp1(alpha_data,cD_data,alpha_guess,'pchip');
else
    %Extrapolation
    cL=interp1(alpha_data,cL_data,alpha_guess,'nearest','extrap');
    if cL>2
        cL=2;
    elseif cL<-1
        cL=-1;
    end
    cD=interp1(alpha_data,cD_data,alpha_guess,'spline');
    if cD>1.5
        cD=1.5;
    elseif cD<0.1
        cD=0.1;
    end
end
end
end
```

6.2.4 Função load_xfoil.alpha

```
function [alpha,Cl,Cd,Cm,Cpmin]=load_xfoil_alpha_range(profile,Re,M,alpha_min,alpha_range)
%% LOAD PROFILE Loads profile aerodynamics from XFOil
% Uses Reynolds and Mach numbers to load aerodynamics from a determined
% profile
%
%% Organization:
% Inputs:
% profile [string] Airfoil section
% Re [adim] Reynolds number
% M [adim] Mach number
```

6 Anexos

```
% alpha_min          [deg]      Lower angle of attack to be checked
% alpha_range        [deg]      Range of angles to be checked
%
% Outputs:
% alpha              [deg]      section angle of attack
% cL                  [adim]     section lift coefficient
% cD                  [adim]     section drag coefficient
% cM                  [adim]     section moment coefficient
% cPmin              [adim]     section minimum pressure coefficient
%
%% Code

a=alpha_min;
aseqinit=['0 ' num2str(a) ' -0.5'];

arquivo = [profile '-Re' num2str(Re,2) '-M' num2str(M,2) '.txt'];

if ~exist(['Perfis\' arquivo], 'file')

    cd('Perfis')

    arquivoCmd = fopen('cmdXfoil.txt','wt');
    fprintf(arquivoCmd,['load ' profile '.dat\n\n']);
    fprintf(arquivoCmd,'pane\n');
    fprintf(arquivoCmd,'oper\n');
    fprintf(arquivoCmd,'iter 200\n');
    fprintf(arquivoCmd,['visc ' num2str(Re,2) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,['mach ' num2str(M,2) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,['a ' num2str(0.5) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,['a ' num2str(0.1) ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,'init\n');
    fprintf(arquivoCmd,['aseq ' aseqinit ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,'cinc\n');
    fprintf(arquivoCmd,'pacc\n');
    fprintf(arquivoCmd,[arquivo '\n']);
    fprintf(arquivoCmd,'\n');
    fprintf(arquivoCmd,'init\n');
    fprintf(arquivoCmd,['aseq ' alpha_range ' \n']);
    fprintf(arquivoCmd,'pacc\n');
    fprintf(arquivoCmd,'\n');
    fprintf(arquivoCmd,'quit\n');
    fclose(arquivoCmd);

    system('xfoil < cmdXfoil.txt');

    system('del cmdXfoil.txt');

    cd('.')

end

file = fopen(['Perfis\' arquivo]);
temp = fgets(file);
while ischar(temp)
    if ~isempty(strfind(temp,'---'))
        break
    end
    temp = fgets(file);
end

data = [];
temp = fgets(file);
while ischar(temp)
```

6.2 Performance da Hélice

```
        data = [data; temp];
        temp = fgets(file);
end

fclose(file);

data = str2num(data);

data(any(isnan(data),2),:) = [];

alpha = data(:,1);
Cl = data(:,2);
Cd = data(:,3);
Cm = data(:,5);
Cpmin = data(:,6);

end
```

6 Anexos

6.3 Plot da Hélice

6.3.1 Função plot_blade_chord

```
function []=plot_blade_chord(inputs,design,control)

% HUB
t=-pi/6:pi/180:pi/6;
a=inputs.hub*cos(t);
b=inputs.hub*sin(t);

% BLADE
x=0:1/control.span_elem:1;
upper_chord_design=design.chord*1/4;
lower_chord_design=-design.chord*3/4;

figure
plot(a,b,'k-',x(31:101),upper_chord_design(31:101),'r-',x(31:101),lower_chord_design(31:101),'r-');
axis equal
axis tight
matlab2tikz('resultado_planta_pa.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

end
```

6.3.2 Função plot_blade_3d

```
function []=plot_blade_3d(control,design)

cd('Perfis');

origin=[0.25,0];
x=0:1/control.span_elem:1;
% chord_design=0.1*ones(1,span_elem+1);
% beta_design=77-(77-34)/span_elem:34;

for i=1:numel(control.pos)
    % Control station number
    control.station(i);
    % Chord, profile, foil data and blade angle at station
    control.chord(i)=design.chord(control.station(i));
    control.profiles{i};
    foil{1,i}=csvread([control.profiles{i},'2.dat'],1);
    control.beta(i)=design.beta(control.station(i))*pi/180;

    % Dimensional foil data
    foil{1,i}=foil{1,i}*control.chord(i);

    % Rotational parameters and matrix
    sin_beta(i)=sin(control.beta(i));
    cos_beta(i)=cos(control.beta(i));
    rot=[];
    rot=[cos_beta(i), -sin_beta(i);...
         sin_beta(i), cos_beta(i)];

    % Local origin
    origin_local=origin*control.chord(i);

    % New foil data
```

```

new_foil{1,i}(:,1)=foil{1,i}(:,1)-origin_local(1);
new_foil{1,i}(:,2)=foil{1,i}(:,2)-origin_local(2);
new_foil{1,i}=new_foil{1,i}*rot;
new_foil{1,i}(:,1)=new_foil{1,i}(:,1);%+origin_local(1);
new_foil{1,i}(:,2)=new_foil{1,i}(:,2);%+origin_local(2);
%   plot(new_foil{1,i}(:,1),new_foil{1,i}(:,2));

% Foil radial coordinate
new_foil{1,i}(:,3)=control.pos(i);
dlmwrite(['foil',num2str(control.pos(i)),'.txt'],new_foil{1,i});
end

figure
for i=4:numel(control.pos)
plot3(new_foil{1,i}(:,1),new_foil{1,i}(:,3),new_foil{1,i}(:,2));
hold on;
end
axis equal;
matlab2tikz('resultado_pa_3D.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');
cd ..

end

```

6.3.3 Função plot_design_parameter

```

function []=plot_design_parameter(inputs, control, p_design)

R=inputs.D/2;

x=0:1/control.span_elem:1;

figure
plotyy(x,p_design.Re,x,p_design.M,'plot','plot')
legend('Re','M')
matlab2tikz('resultado_Re_M.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
plotyy(x,p_design.cL,x,p_design.cD,'plot','plot')
legend('c_L','c_D')
matlab2tikz('resultado_cL_cD.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
plotyy(x,p_design.beta,x,p_design.chord*1000,'plot','plot')
legend('\beta [deg]','b [mm]')
matlab2tikz('resultado_geometria.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
plotyy(x,p_design.cL,x,p_design.alpha,'plot','plot')
legend('c_L','\alpha [deg]')
matlab2tikz('resultado_alpha.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
plot(x,p_design.cL.*p_design.sigma)
legend('\sigma *c_L')
matlab2tikz('resultado_carregamento.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

end

```

6 Anexos

6.3.4 Função plot_prop_performance

```
function []=plot_prop_performance(J,delta_beta,performance)

figure
for j=1:length(delta_beta)
    [eff_max(j),I]=max(performance.eff(:,j));
    J_eff_max(j)=J(I);
    plot(J,performance.eff(:,j),'k-');
    hold on;
end
plot(J_eff_max,eff_max,'r-');
grid on;
axis ([.15 2.25 0.1 0.95]);
matlab2tikz('resultado_eficiencia.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
for j=1:length(delta_beta)
    plot(J,performance.c_P(:,j),'k');
    legend('c_P');
    hold on;
end
    grid on;
    axis ([.15 2.25 0.1 0.8]);
matlab2tikz('resultado_cP.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

figure
for j=1:length(delta_beta)
    plot(J,performance.c_T(:,j),'r');
    legend('c_T');
    hold on;
end
    grid on;
    axis ([.15 2.25 0.05 0.45]);
matlab2tikz('resultado_cT.tikz', 'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth');

end
```

Bibliografia

- BETZ, A. Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. Mit einem Zusatz von l. Prandtl. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, v. 1919, p. 193–217, 1919 (ver pp. 13, 20).
- BORST, H. V. *Summary of Propeller Design Procedures and Data. Volume 1. Aerodynamic Design and Installation*. Rel. téc. DTIC Document, 1973 (ver pp. 5, 17, 19, 20, 33).
- CRIGLER, J. L. *Application of Theodorsen's theory to propeller design*. Rel. téc. 1949 (ver pp. 14, 15).
- CRIGLER, J. L. *Comparison of calculated and experimental propeller characteristics for four-, six-, and eight-blade single-rotating propellers*. Rel. téc. DTIC Document, 1944 (ver p. 13).
- DRELA, M.; GILES, M. B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils. *AIAA Journal*, v. 25, n. 10, p. 1347–1355, 1987. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.9789 (ver p. 28).
- EPPLER, R. *Airfoil design and data*. Springer Science & Business Media, 1990 (ver p. 28).
- FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. *Federal Aviation Regulations: Part 23*. URL: https://www.faa.gov/regulations%5C_policies/faa%5C_regulations/ (ver p. 24).
- GLAUERT, H. *The elements of aerofoil and airscrew theory*. Cambridge University Press, 1983 (ver pp. 8, 10, 11).
- GOLDSTEIN, S. On the vortex theory of screw propellers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, p. 440–465, 1929 (ver pp. 13, 14).

Bibliografia

- HITCHENS, F. *Propeller Aerodynamics: The History, Aerodynamics & Operation of Aircraft Propellers*. Andrews UK Limited, 2015 (ver p. 3).
- KUIK, G. van; SØRENSEN, J. N.; OKULOV, V. Rotor theories by Professor Joukowsky: Momentum theories. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 73, p. 1–18, 2015 (ver p. 8).
- KUNDU, A. K. *Aircraft Design*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2010. ISBN: 9781139487450. URL: <https://books.google.com.br/books?id=NeHoahlhCGMC> (ver p. 26).
- MATHWORKS. *MATLAB documentation*. 2015. URL: <http://www.mathworks.com/help/matlab/> (ver p. 27).
- MCCORMICK, B. W. *Aerodynamics, aeronautics, and flight mechanics*. V. 2. Wiley New York, 1995 (ver pp. 19, 20).
- THEODORSEN, T. *Theory of propellers*. V. 1. McGraw-hill New York, 1948 (ver p. 14).
- THEODORSEN, T. *Theory of propellers*. V. 3. McGraw-hill New York, 1948 (ver pp. 13, 14).
- ZONDERVAN, G. *A review of propeller modelling techniques based on Euler methods*. Delft University Press, 1998 (ver p. 12).